

事件的独立性



东营市第一中学

苏清军

探究1:

大小均匀的5个鸡蛋中有3个红皮鸡蛋、2个白皮鸡蛋，每次取一个，取两次。设第一次取到红皮鸡蛋为事件A，第二次取到红皮鸡蛋为事件B。

(1) 取后不放回去，求 $P(B|A), P(B|\bar{A}), P(B)$

(2) 取后仍放回去，求 $P(B|A), P(B|\bar{A}), P(B)$

一、相互独立事件

相互独立事件同时发生的概率

如果事件A是否发生对事件B发生的概率没有影响，我们称**两个事件A、B相互独立**，这样的两个事件叫做**相互独立事件**。

$$P(B|A) = P(B|\bar{A}) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$



下列事件哪些是相互独立的：

① 篮球比赛的“罚球两次”中：

事件A：第一次罚球，球进了；

事件B：第二次罚球，球进了。

② 篮球比赛的“一加一罚球”中：

事件A：第一次罚球，球进了；

事件B：第二次罚球，球进了。

③ 抛掷一枚质地均匀的硬币2次：

事件A：第一次抛得正面；

事件B：第二次抛得反面。

④ 同时抛掷两枚质地均匀的硬币：


事件A：第一枚抛得正面；

事件B：第二枚抛得反面。

.....



.....



一、相互独立事件

相互独立事件同时发生的概率

如果事件A是否发生对事件B发生的概率没有影响，我们称**两个事件A、B相互独立**，这样的两个事件叫做**相互独立事件**。

$$P(B|A) = P(B|\bar{A}) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

【思考】

当事件 A 、 B 相互独立时， A 与 \bar{B} ， \bar{A} 与 B ，

\bar{A} 与 \bar{B} 呢？

探究2:

大小均匀的5个鸡蛋中有3个红皮鸡蛋、2个白皮鸡蛋，每次取一个，取**三次**，取出后**有放回**。设第一次取到红皮鸡蛋为事件A，第二次取到红皮鸡蛋为事件B，第三次取到红皮鸡蛋为事件C，

问A与B，B与C，A与C各属于什么事件？

A、B与C三者之间呢？

二、多个事件相互独立及其同时发生的概率

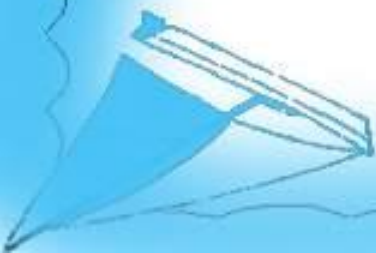
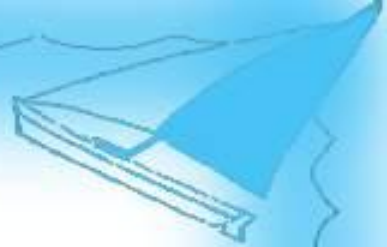
三个事件 A 、 B 、 C 相互独立

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

推广： n 个事件 A_1 、 A_2 、 $\dots\dots A_n$ 相互独立

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \dots \times P(A_n)$$

三、综合运用



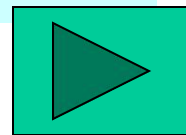
例1. 据统计姚明13罚11中命中率0.85，麦迪11罚8中命中率0.73，若两人各投篮一次，计算两人都投中的概率.



$$\begin{aligned}P(A \cup B \cup C) &= 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \\&= 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) \\&= 1 - [1 - P(A)] \cdot [1 - P(B)] \cdot [1 - P(C)] \\&= 1 - (1 - 0.5)(1 - 0.45)(1 - 0.4) \\&= 0.5 \times 0.55 \times 0.6 \\&= 0.835 > 0.8 = P(D)\end{aligned}$$

例2. 诸葛亮 PK 三个臭皮匠，诸葛亮解题的把握有80%，臭皮匠老大解题的把握有50%，老二解题的把握有45%，老三解题的把握有40%，那么臭皮匠联队究竟能否战胜诸葛亮呢？

思考：老三臭到什么程度联队敌不过诸葛亮？



例3. 设每个人血清中含有肺炎病毒的概率为0.4%, 混合100个人的血清, 求此血清中含有肺炎病毒的概率. 对该题的计算结果, 你有何感悟.

解: 以 A_i ($i=1, 2, \dots, 100$)表示第 i 个人的血清含有肺炎病毒这一事件, 这些事件可以看作是独立的, 这里所要求的概率是

$$\begin{aligned} P &= 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \cdots P(\bar{A}_{100}) \\ &= 1 - 0.996^{100} \approx 0.33. \end{aligned}$$

四、课堂练习

课本P63练习A



五、相互独立事件与互斥事件、对立事件

辨析下列各对事件的关系：

(1) “在一次考试中，张三的成绩及格”与“在这次考试中李四的成绩不及格”；

(2) 在一个口袋内装有3个白球和2个黑球，则“从中任意取出1个球，得到白球”与“从中任意取出1个球，得到黑球”；

(3) 在一个口袋内装有3个白球和2个黑球，则“从中任意取出1个球，得到白球”与“在剩下的4个球中，任意取出1个球，得到黑球”。

辨析：

	互斥事件	相互独立事件
概念	不可能同时发生的两个事件叫做互斥事件，必有一个发生的互斥事件叫做对立事件	如果事件A（或B）是否发生对事件B（或A）发生的概率没有影响，这样的两个事件叫做相互独立事件。
复杂事件	互斥事件A、B至少有一个发生，记作 $A \cup B$	相互独立事件A、B同时发生，记作 $A \cap B$
概率公式	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

小结与作业

本课到此结束
敬请指正

2007年4月20日