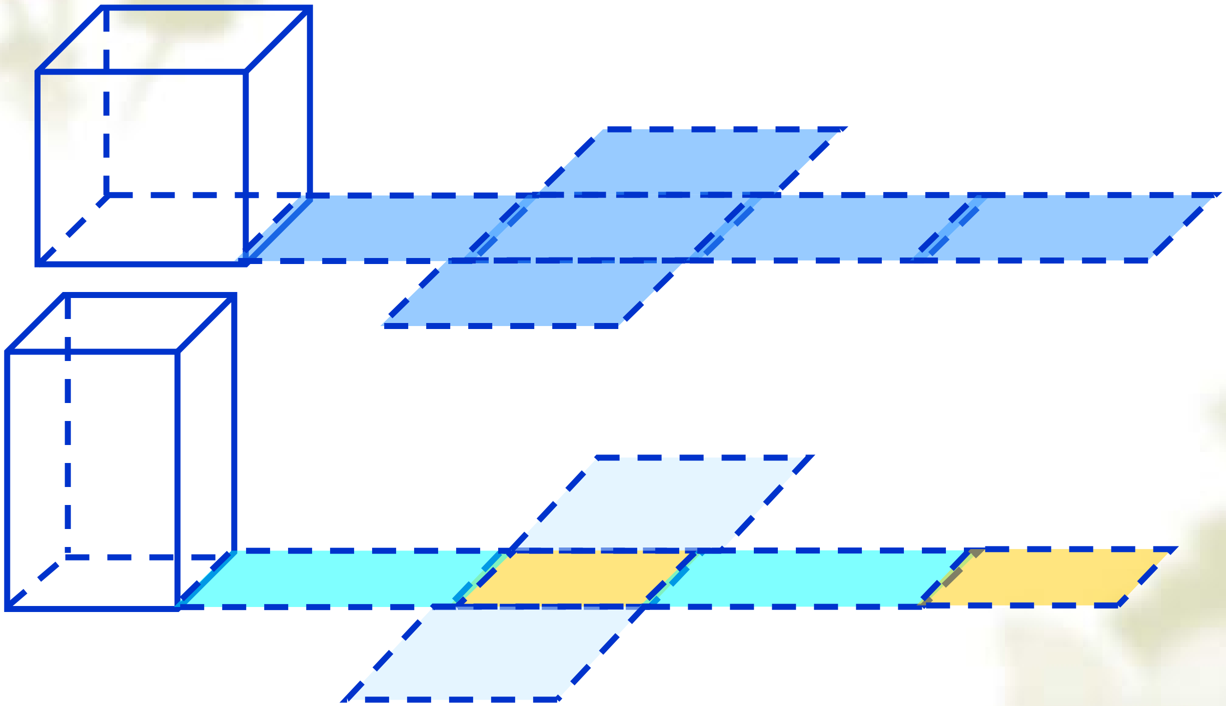
1.1.6棱柱、棱锥、棱台和球的表面积

东营市一中　苏清军

复习引入

在初中已经学过了正、长方体的表面积及其展开图，想一想表面积是怎样计算的呢？



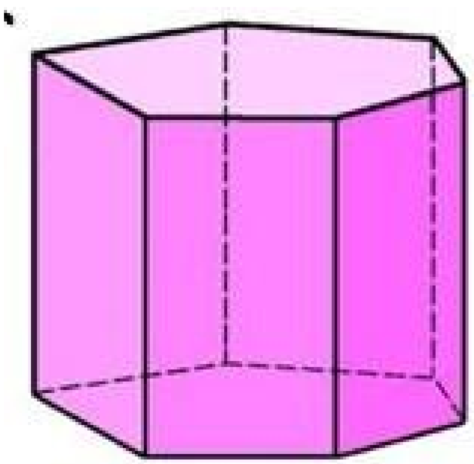
正、长方体的表面积 → 展开图的面积

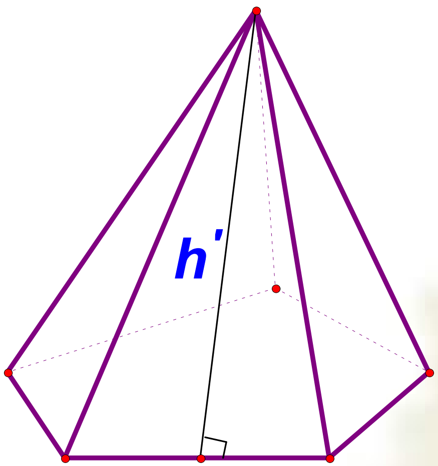
空间图形问题 → 平面图形问题

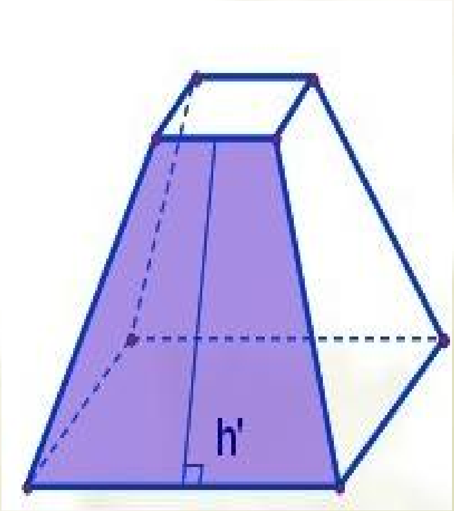
一、棱柱、棱锥、棱台的表面积

棱柱、棱锥、棱台都是由多个平面图形围成的几何体，它们的展开图是什么？如何计算它们的表面积？

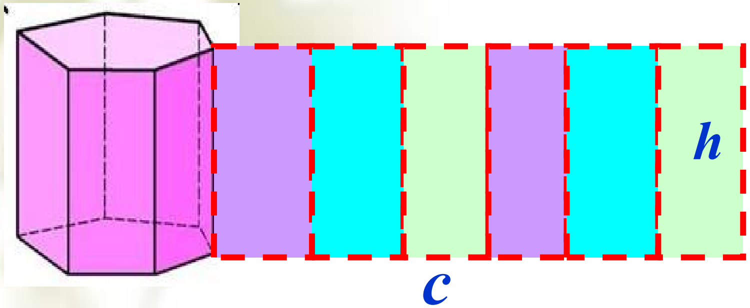
表面积=侧面积+底面面积



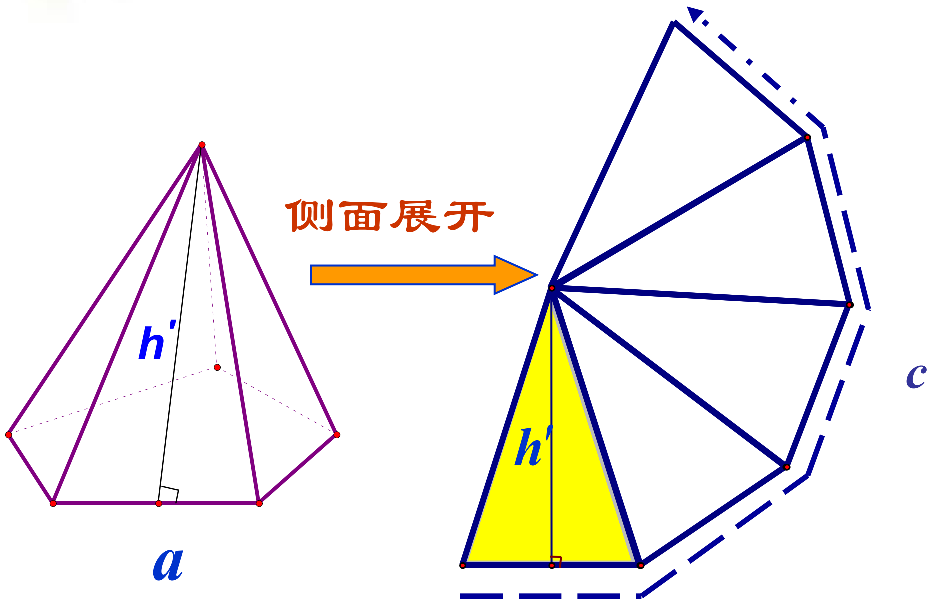




探究1. 直棱柱和正棱锥的侧面积

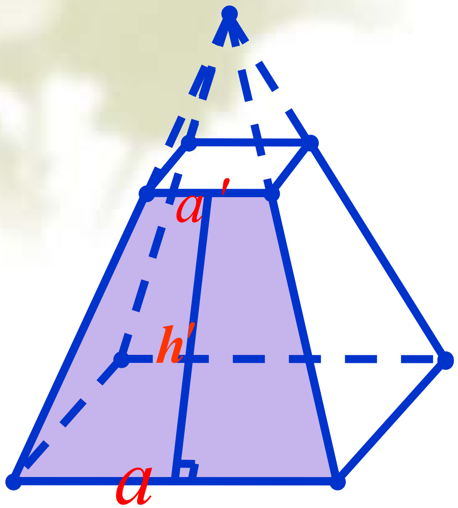


$$S_{直棱柱侧}=ch$$

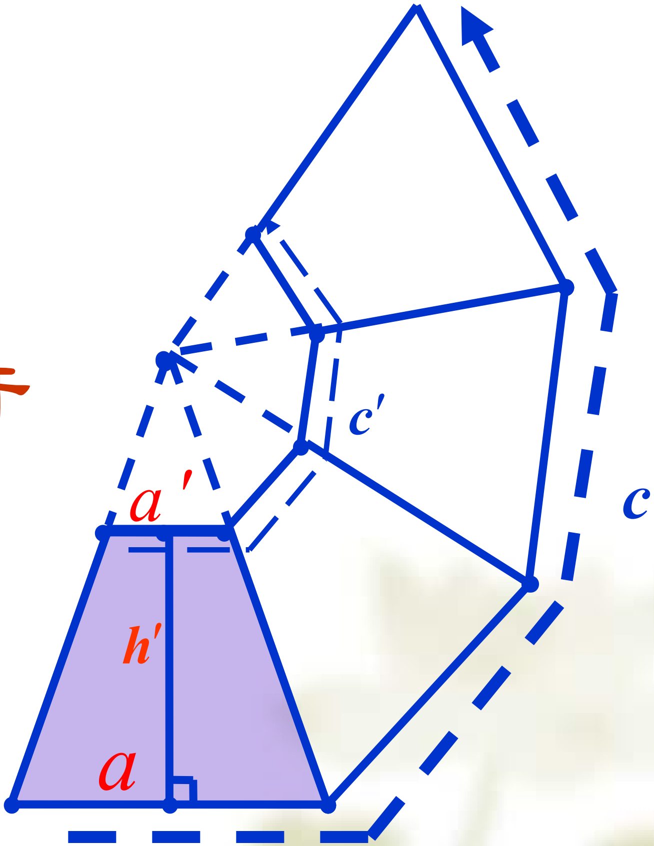


$$S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}nah'=\frac{1}{2}ch'$$

探究2. 正棱台的侧面积

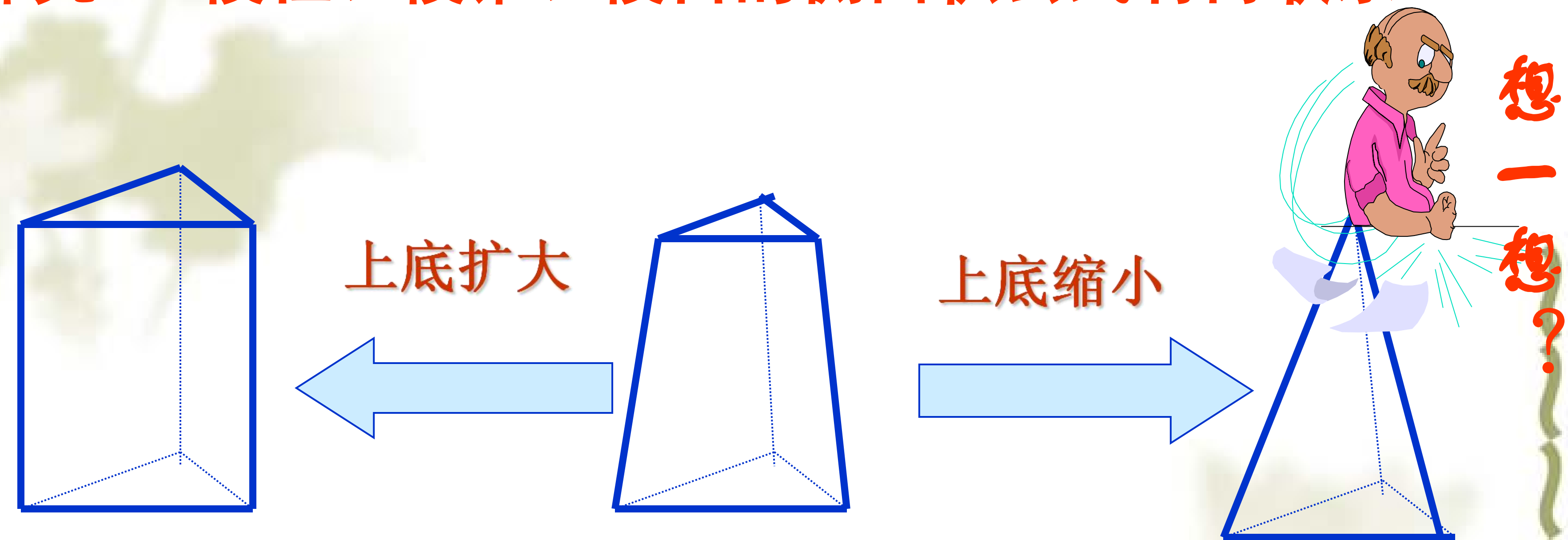


侧面展开



$$S_{正n棱台侧}=\frac{1}{2}n(a'+a)h'=\frac{1}{2}(c'+c)h'$$

探究3　棱柱、棱锥、棱台的侧面积公式有何联系？



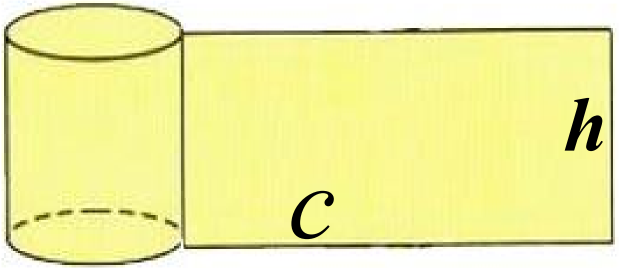
$$\boxed{S_{\text{直棱柱侧}}=ch} \xleftarrow{c'=c} \boxed{S_{\text{正棱台侧}}=\frac{1}{2}(c+c')h'} \xrightarrow{c'=0} \boxed{S_{\text{正棱锥侧}}=\frac{1}{2}ch'}$$

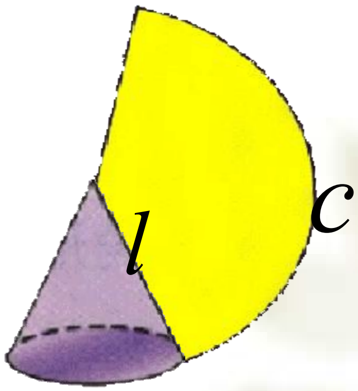
二、圆柱、圆锥、圆台的表面积

探究4. 圆柱、圆锥的侧面积

我们知道棱柱、棱锥、棱台都是多面体，而圆柱、圆锥、圆台都是旋转体，它们的侧面都是曲面。

圆柱、圆锥的侧面展开图各是什么图形？能计算它们的面积吗？





$S_{圆柱侧}=ch$

$S_{圆柱侧}=2\pi Rh$

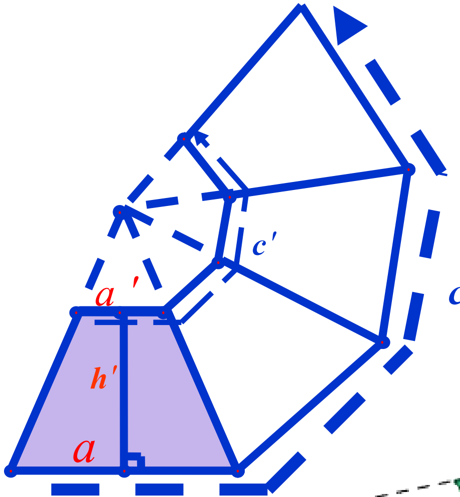
$S_{直棱柱侧}=ch$

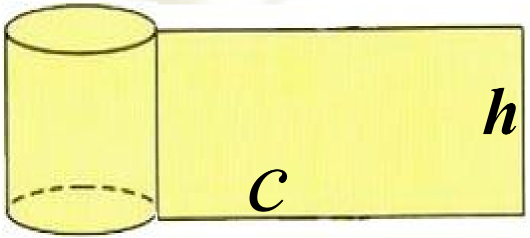
$S_{圆锥侧}=\dfrac{1}{2}cl$

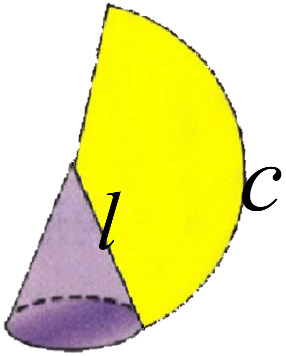
$S_{圆锥侧}=\pi Rl$

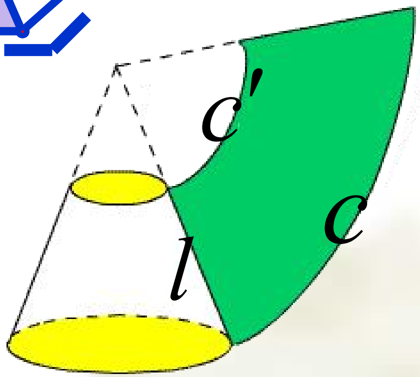
$S_{正棱锥侧}=\dfrac{1}{2}ch'$

想知道圆台的侧面积公式吗？









$$S_{\text{圆柱侧}} = ch$$

$$S_{\text{圆锥侧}} = \frac{1}{2}cl$$

$$S_{\text{圆台侧}} = \frac{1}{2}(c' + c)l$$

$$S_{\text{直棱柱侧}} = ch$$

$$S_{\text{正棱锥侧}} = \frac{1}{2}ch'$$

$$S_{\text{正棱台侧}} = \frac{1}{2}(c' + c)h'$$

三、球的表面积

球既没有底面，也无法象柱、锥、台体一样展成平面图形，怎样求球的表面积呢？

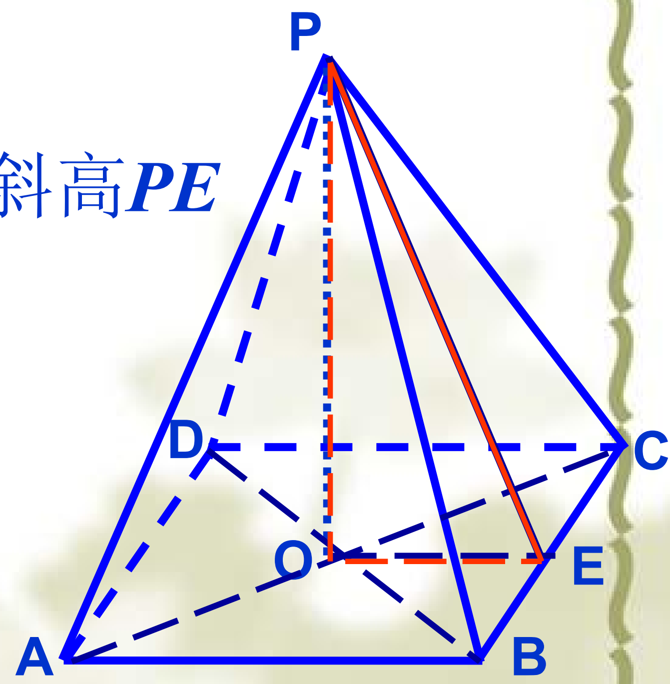
我们要用其它的方法求它的面积（选修2-2 微积分）

$S_{球}=4\pi R^2$　　球面面积等于它的大圆面积的四倍

四、尝试运用

例1. 已知正四棱锥底面正方形边长4cm，高与斜高的夹角为30°，求正四棱锥的侧面积及全面积.

析：欲求$S_{全面积}$ ← 需求$S_{侧面积}$ ← 先求斜高PE

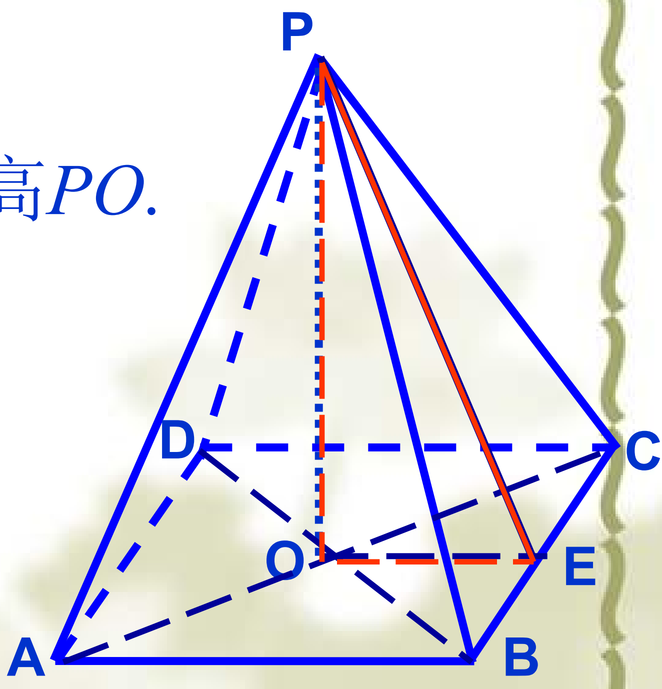


提个醒

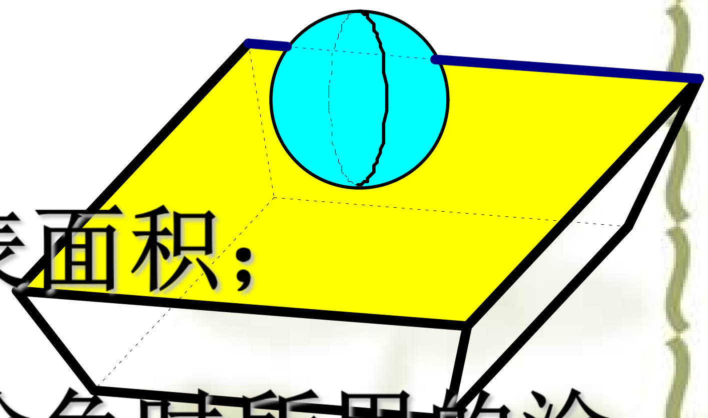
空间图形的计算问题常常转化为平面图形的计算问题，特别注意几何体中的特征三角形、梯形、矩形等

变式. 已知底面边长为4cm的正四棱锥，其侧面积是底面面积的2倍，求正四棱锥的高.

析：$S_{侧面积}=2S_{底面面积}\rightarrow 斜高PE\rightarrow 高PO.$



例2. 如图所示是一个容器的盖子，它是用一个正四棱台和一个球焊接而成的。球的半径为R，正四棱台的两底面边长分别为3R和2.5R，斜高为0.6R；



（1）求这个容器盖子的表面积；

（2）若R=2cm，为盖子涂色时所用的涂料每0.4kg可以涂$1m^2$，计算100个这样的盖子涂色需涂料多少千克(精确到0.1kg)。

解：（1）因为

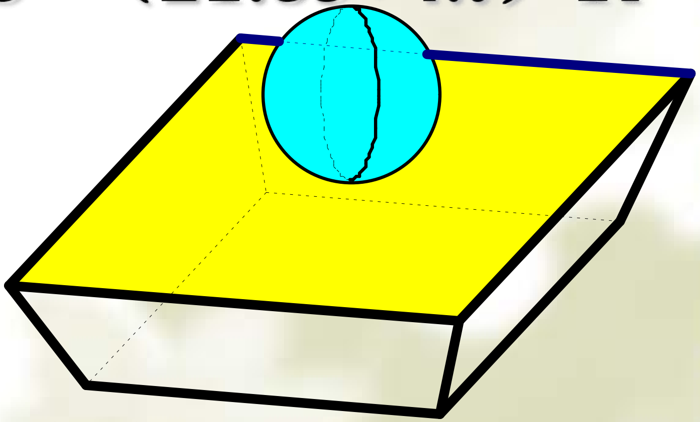
$$S_{正四棱台}=4\times\frac{1}{2}\times(2.5R+3R)\times0.6R$$

$$+(2.5R)^2+(3R)^2$$

$$=21.85R^2.$$

$S_{球}=4\pi R^2$.

因此，这个盖子的全面积为$S=（21.85+4\pi）R^2$



（2）取$R=2$，$\pi=3.14$，得

$S_{全}=137.64cm^2$.

又 $(137.64\times100)\div10000\times0.4\approx0.6(kg)$，

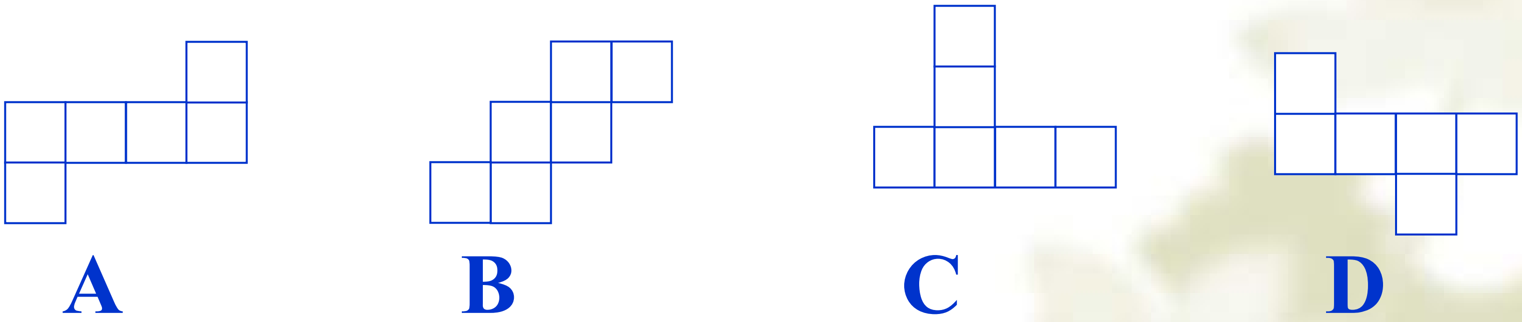
因此涂100个这样的盖子共需涂料0.6kg.

五、当堂检测：

1.已知正四棱柱的底面边长是3，侧面的对角线长是 $3\sqrt{5}$，求这个正四棱柱的侧面积. **72**

2.求底面边长为2，高为1的正三棱锥的全面积. $3\sqrt{3}$

3.下列图形中，不是正方体的展开图的（ **C** ）

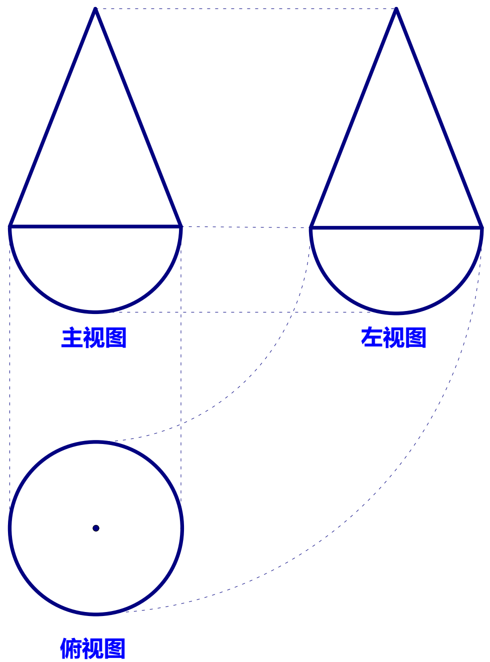


4.已知球的大圆周长是16 π，求这个球的表面积.

256π

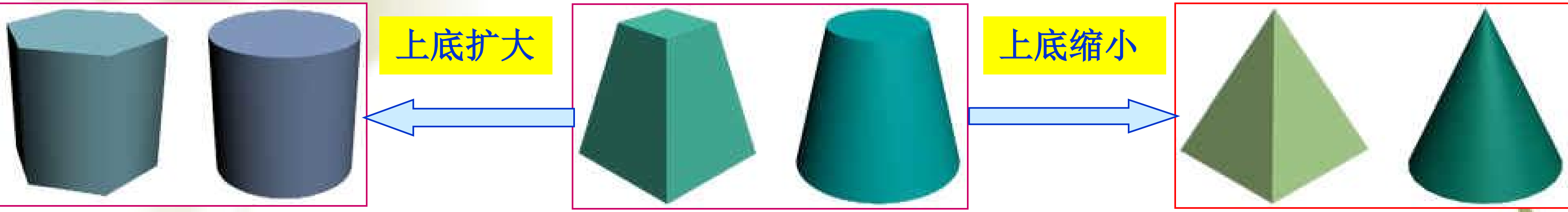
5.一个几何体的三视图如图所示，若图中圆半径为1，等腰三角形的腰长为3，求该几何体的表面积.

5π



课堂小结：

1、柱体、锥体、台体的侧面积公式



$S_{直棱柱侧}=ch$　　$S_{正棱台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)h'$　　$S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'$

$S_{圆柱侧}=ch$　　$S_{圆台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l$　　$S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}cl$

2、思想方法及能力

化归的思想　　类比的方法

空间想象能力　运算求解能力

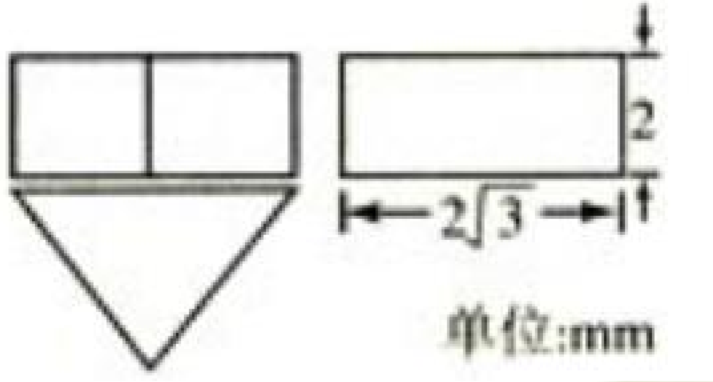
布置作业

课本P28　练习A1、2　B2、3


谢谢各位评委老师和同学们！

6.一个正三棱柱的三视图如图所示，求这个正三棱柱的表面积.

$24+8\sqrt{3}mm^2$



7.已知一个正方体的8个顶点都在同一个球面上，计算球的表面积和这个正方体的全面积的比.

$\frac{\pi}{2}$