

新课标人教B版

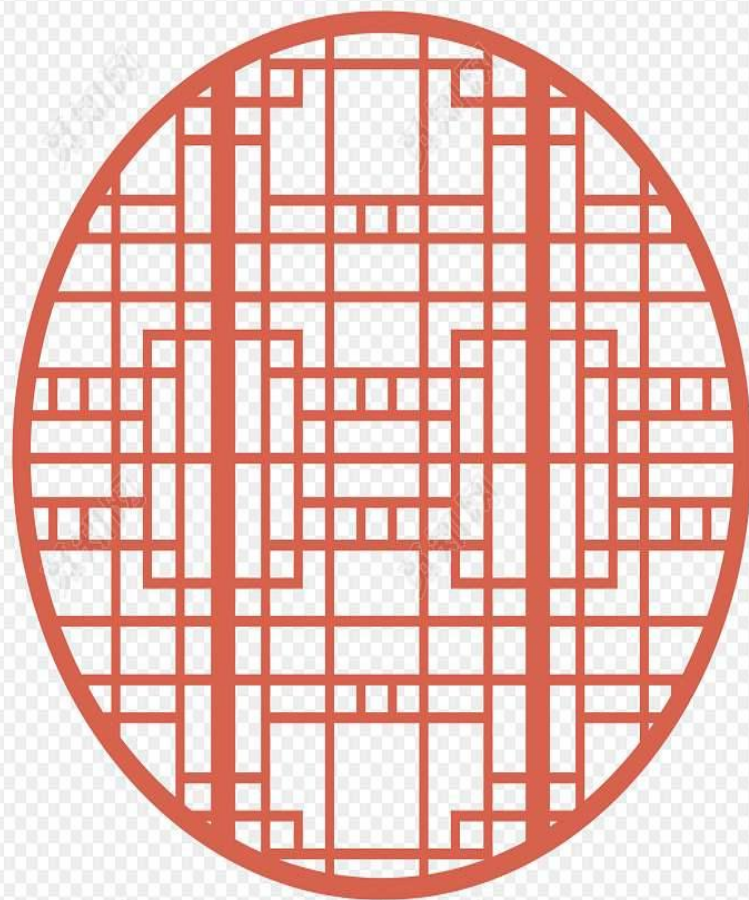


《高中数学》选择性一

2.3.3 《直线与圆的位置关系》

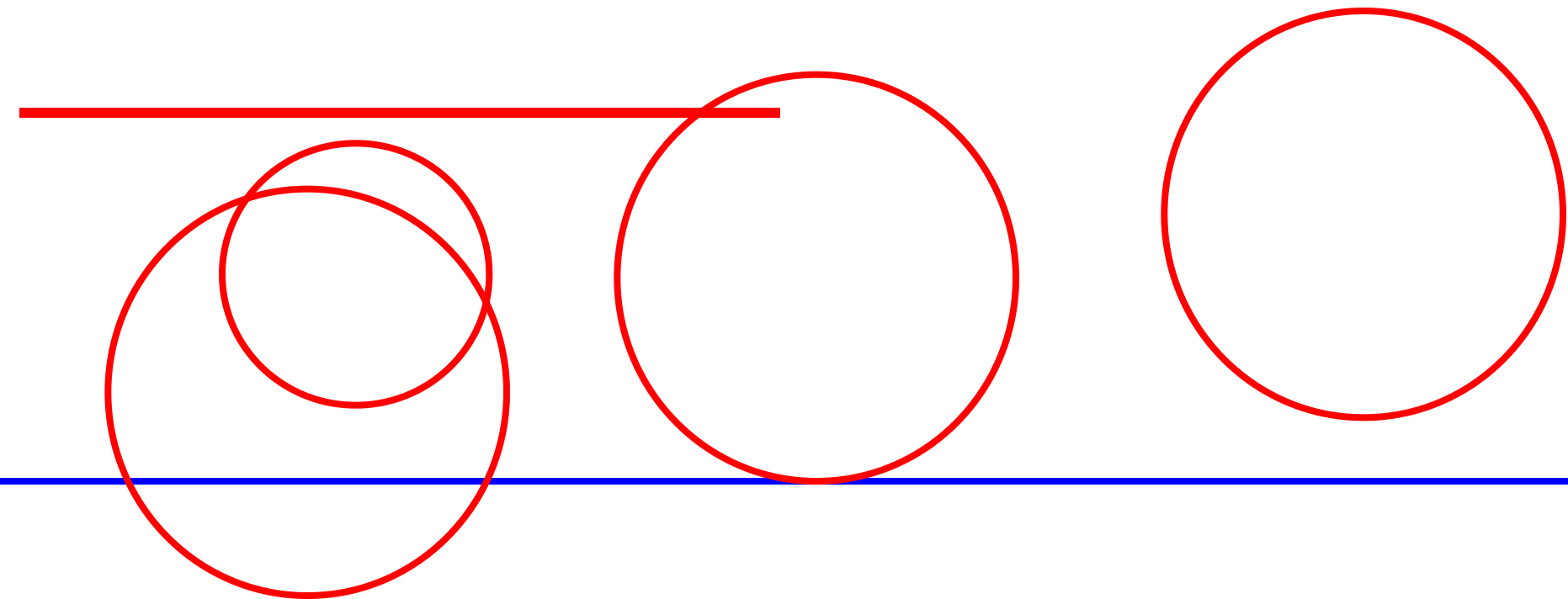


一. 情境引入



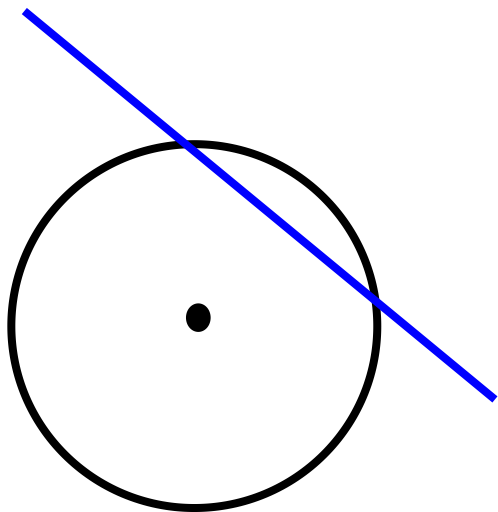


直线与圆的位置关系

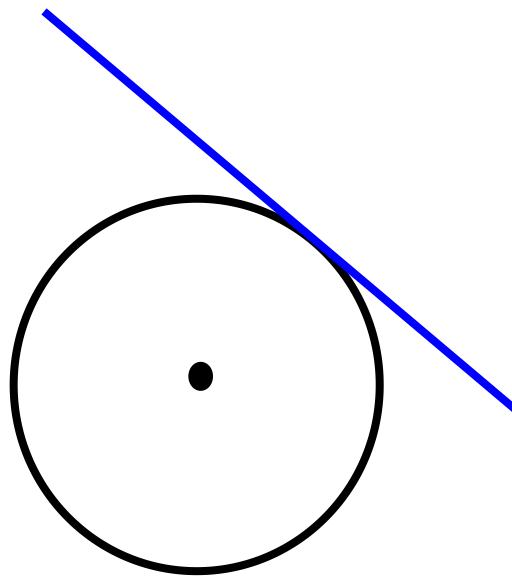




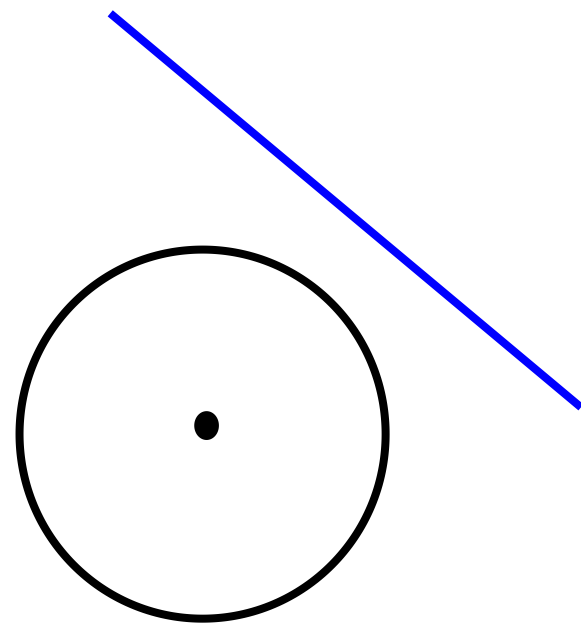
思考1 直线与圆几种位置关系是如何定义的？



两个公共点



一个公共点

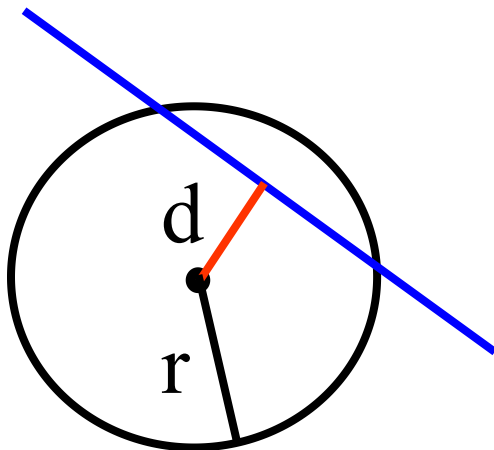


没有公共点

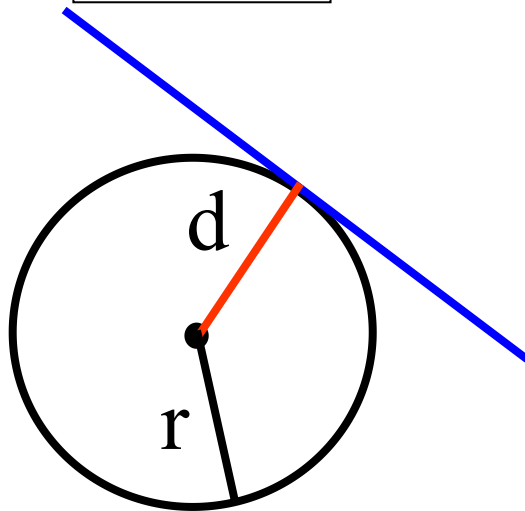


思考2 我们怎样判断直线与圆的位置关系？

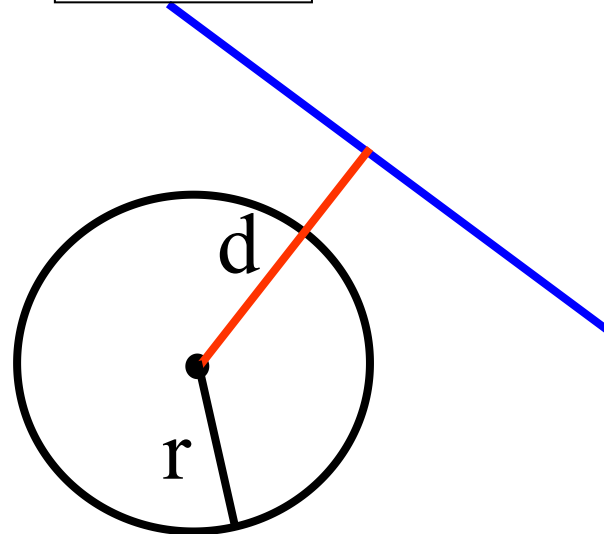
$$d < r$$



$$d = r$$



$$d > r$$





思考3：如何用直线的方程和圆的方程判断他们之间的位置关系？

公元前4世纪，我国战国时代天文学家石申曾利用坐标方法绘制出恒星方位表。

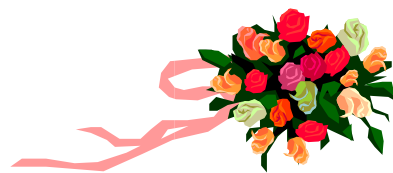
17世纪，法国数学家笛卡尔和费马创立坐标几何法即解析几何，基本思想是用代数的方法来研究几何问题，通过引进坐标，把几何问题翻译为代数的语言——方程，从而通过对方程的研究来揭示图形的几何性质。沟通了数与形、代数与几何之间的联系，使几何学迈入到一个新阶段。





尝试与发现

判断直线 $l: y = -x + 5$, 圆 $C: x^2 + y^2 = 12$, 的位置关系, 并说明理由.

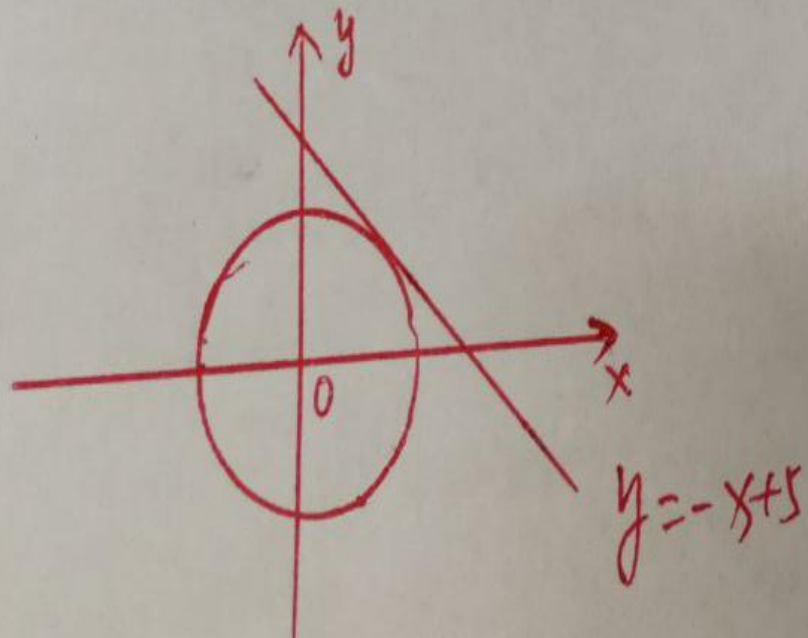




过程与分享

(三) 尝试与发现:

思考 4 判断直线 $l: y = -x + 5$ 与圆 $x^2 + y^2 = 12$ 的位置关系, 并说明理由.





过程与分享

思考3 如何用直线的方程和圆的方程判断他们之间的位置关系?

(三) 尝试与发现:

思考4 判断直线 $l: y = -x + 5$ 与圆 $x^2 + y^2 = 12$ 的位置关系, 并说明理由.

$x - y - 5 = 0$ 圆 $(0, 0)$

$$r = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$d = \frac{|0 - 0 - 5|}{\sqrt{(-1)^2 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2}}{2} > 2\sqrt{3}$$

$d > r$ 不相离



过程与分享

思考3 如何用直线的方程和圆的方程判断他们之间的位置关系?

(三) 尝试与发现:

思考4 判断直线 $l: y = -x + 5$ 与圆 $x^2 + y^2 = 12$ 的位置关系, 并说明

解:
$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ x^2 + y^2 = 12 \end{cases}$$

$$\therefore 2x^2 - 10x + 13 = 0$$

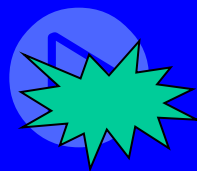
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \times 2 \times 13 = -4 < 0$$

\therefore 方程无实数解.

\therefore 直线 l 与圆 C 无公共点.

\therefore 它们相离.

直线与圆的位置关系的判定方法:



直线 $l: Ax + By + C = 0$ 圆 $C: (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 (r > 0)$

(1) 代数法: 利用直线与圆的公共点的个数进行判断:

设方程组
$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \end{cases} \iff \text{消去 } y \text{ (或 } x \text{)}$$

的解的个数为 n

$$px^2 + qx + t = 0$$

$\Delta < 0 \iff$ 直线与圆相离

$\Delta = 0 \iff$ 直线与圆相切

$\Delta > 0 \iff$ 直线与圆相交

直线与圆的位置关系的判定方法:

直线 l : $Ax+By+C=0$

圆 C : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$

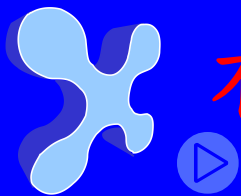
(2)几何法: 利用圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系判断:

$$d = \frac{|aA + bB + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$d < r$ \longleftrightarrow 直线与圆相交

$d = r$ \longleftrightarrow 直线与圆相切

$d > r$ \longleftrightarrow 直线与圆相离



有大胆猜测，才有伟大发现。——牛顿



给定平面中的一条直线 l 与 $\odot C$

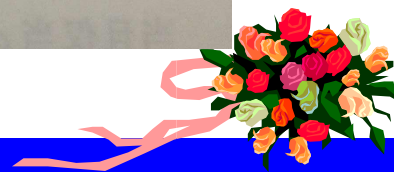
设直线 l 的方程为 $y = kx + b$

$\odot C$ 的方程为 $x^2 + y^2 = r^2$.

(1) 直线 l 与 $\odot C$ 相交 $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] > 0 \Leftrightarrow r > \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r > d.$

(2) 直线 l 与 $\odot C$ 相切 $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] = 0 \Leftrightarrow r = \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r = d.$

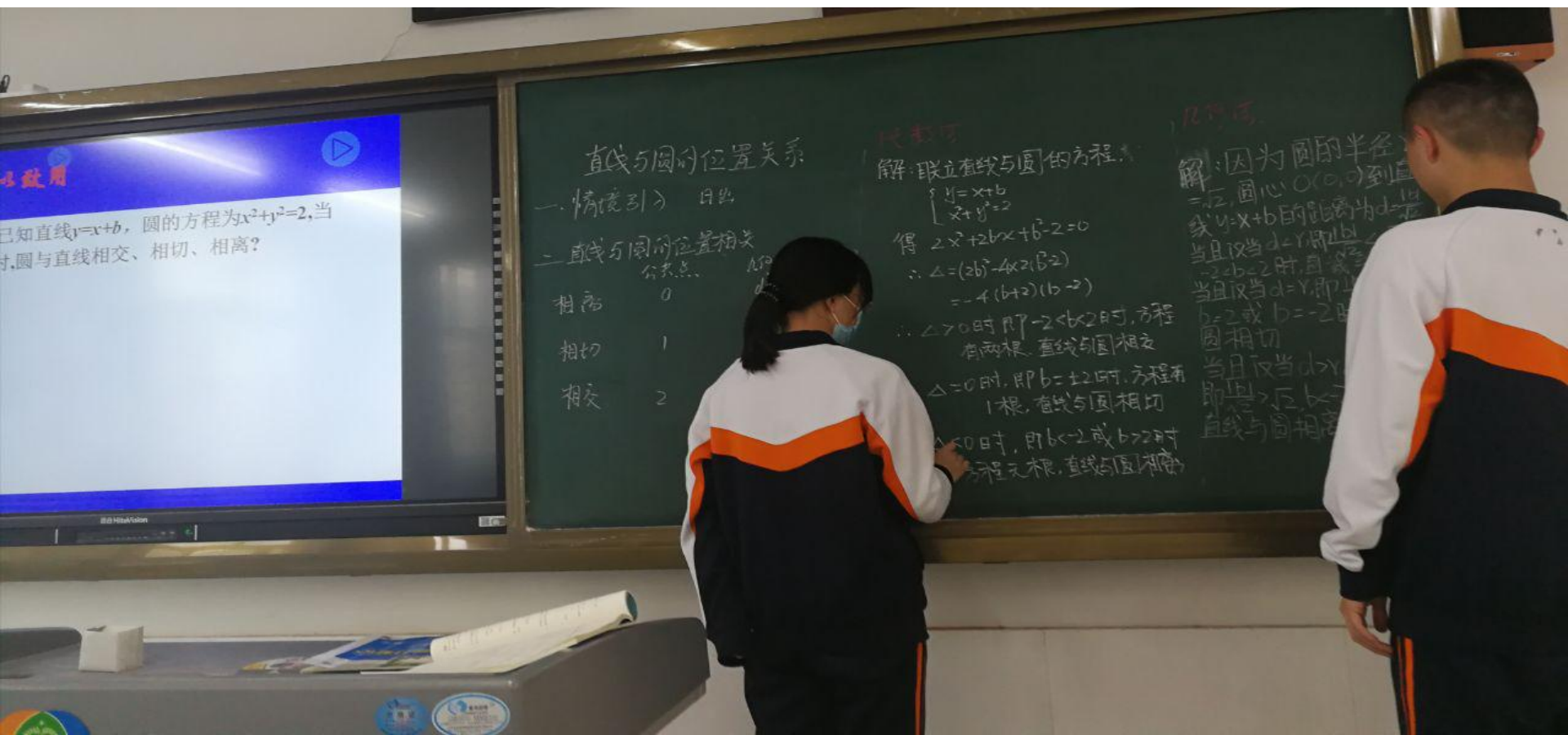
(3) 直线 l 与 $\odot C$ 相离 $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] < 0 \Leftrightarrow r < \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r < d.$



四.学以致用

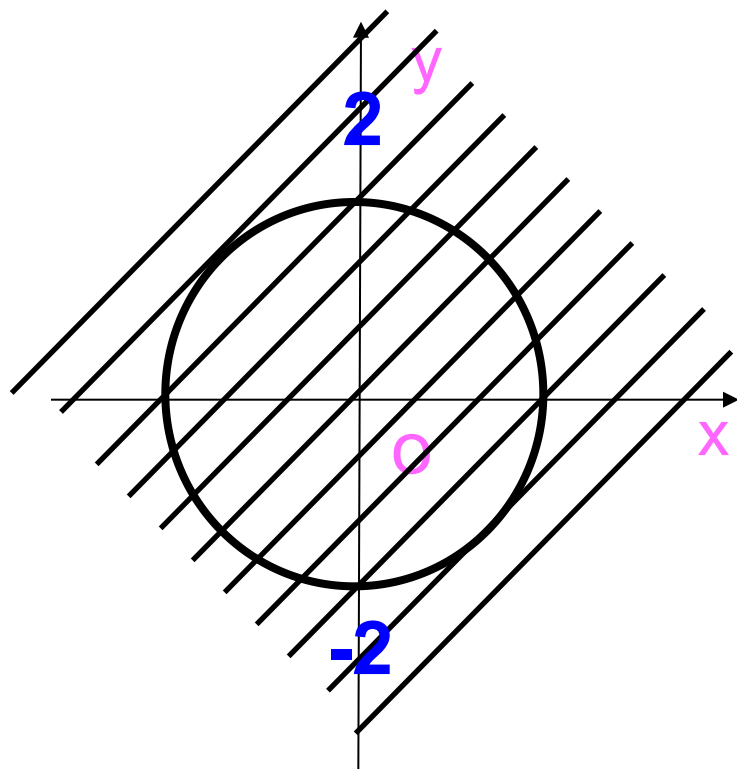


【例1】已知直线 $y=x+b$ ，圆的方程为 $x^2+y^2=2$ ，当 b 为何值时，圆与直线相交、相切、相离？





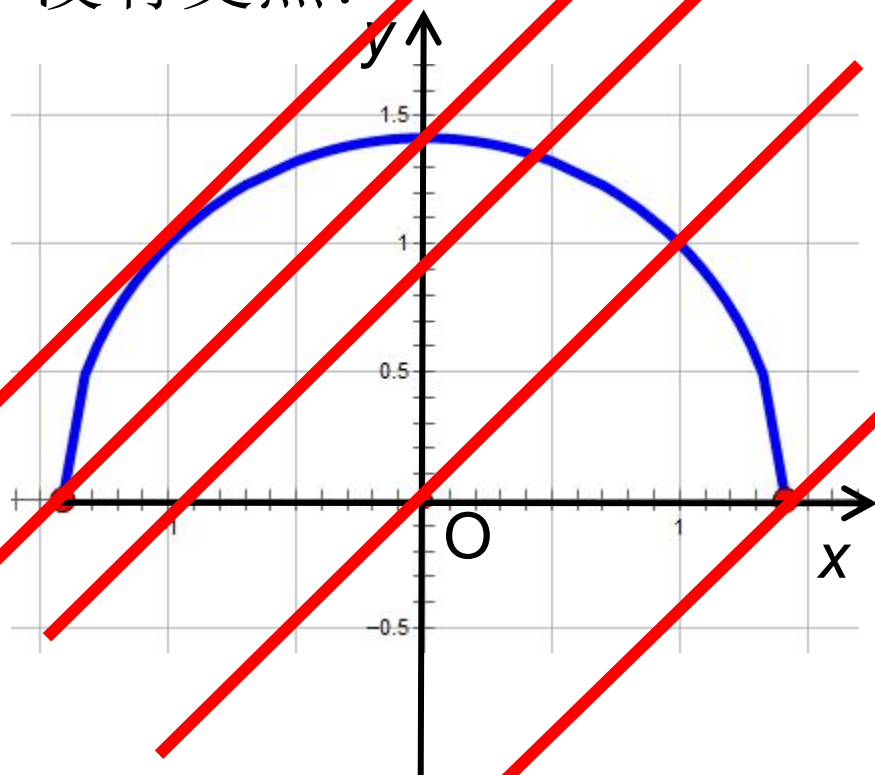
【例1】 已知直线 $y=x+b$ ，圆的方程为 $x^2+y^2=2$ ，当 b 为何值时，圆与直线相交、相切、相离？

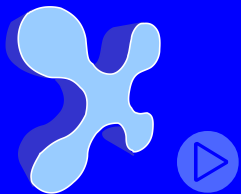


五. 拓展延伸



【变式】 已知直线 $y=x+b$, 曲线方为 $y=\sqrt{2-x^2}$, 当 b 为何值时, 曲线与直线有两个交点? 一个交点、没有交点?





数缺形时少直观

形少数时难入微

数形结合百般好

隔离分家万事非



华罗庚



本节课我们主要学习了哪些知识？

一种情境

(数学建模)

二种方法：几何法、代数法

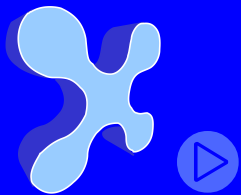
(数学抽象)

三种思想：数学结合、类比

(逻辑推理)

思想、从特殊到一般

(数学运算)



知识像一艘船
让它载着我们
驶向理想的

新课标人教B版

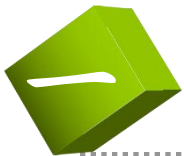
《高中数学》选择性一

2.3.3 《直线与圆的位置关系》





直线与圆的位置关系



教学内容的分析



教学目标的确定



教学方法的选择



教学过程设计与实施



教学特点及效果分析

一、教学内容的分析

1. 教材分析

已有知识

在初中时已有感性的认识，并会用直线与圆的交点个数以及圆心到直线的距离与半径的大小比较这两种方法来判断。但仅仅停留在定性研究的层面上

发展方向

本节课是在学习了直线与圆的方程之后，进一步理性分析、定量研究，解决问题的主要方法是解析法，即用代数方法解决几何问题

后续目标

解析法不仅是定量判断直线与圆的位置关系的方法，更为后续研究直线与圆锥曲线的位置关系奠定思想基础，本节学习具有承上启下的作用

一、教学内容的分析

2. 学情分析

利用直线与圆的交点的个数

有利因素

利用圆心到直线的距离与半径的大小比较

直线与圆的位置关系已有感性认识

一、教学内容的分析

2. 学情分析

在初中学习时，
直线与圆的位置
关系是以结论性
的形式呈现

不利因素

高中要求学生能
够利用直线与圆
的方程，定量来
进行判断

解决问题的主要方是
解析法，而解析法的
思想方法学生不熟悉

一、教学内容的分析

2. 学情分析

年龄特征
认知特点

思维活跃，
求知欲强，
乐于合作，
勇于表现。

理性思维、
定量分析问题
的能力还有
待提高。

一、教学内容的分析

3.

教学重点及难点

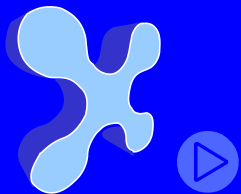
教学重点:

用解析法研究判断直线与圆的位置关系

教学难点:

体会和理解解析法解决几何问题的
数学思想





二、 教学目标的确立



课程目标	学科素养
<p>1.能熟练地解二元方程组,并能运用解方程或方程组来解决直线与圆的位置关系问题.</p> <p>2.能根据给定的直线的方程、圆的方程用代数法和几何法两种方法来判断直线与圆的位置关系.</p>	<p>1.数学抽象: 代数法判断直线与圆的位置关系</p> <p>2.逻辑推理: 两种方法判断直线与圆的位置关系</p> <p>3.数学运算: 联立方程组判别式求解</p> <p>4.数学建模: 直线与圆的位置关系的判断</p>

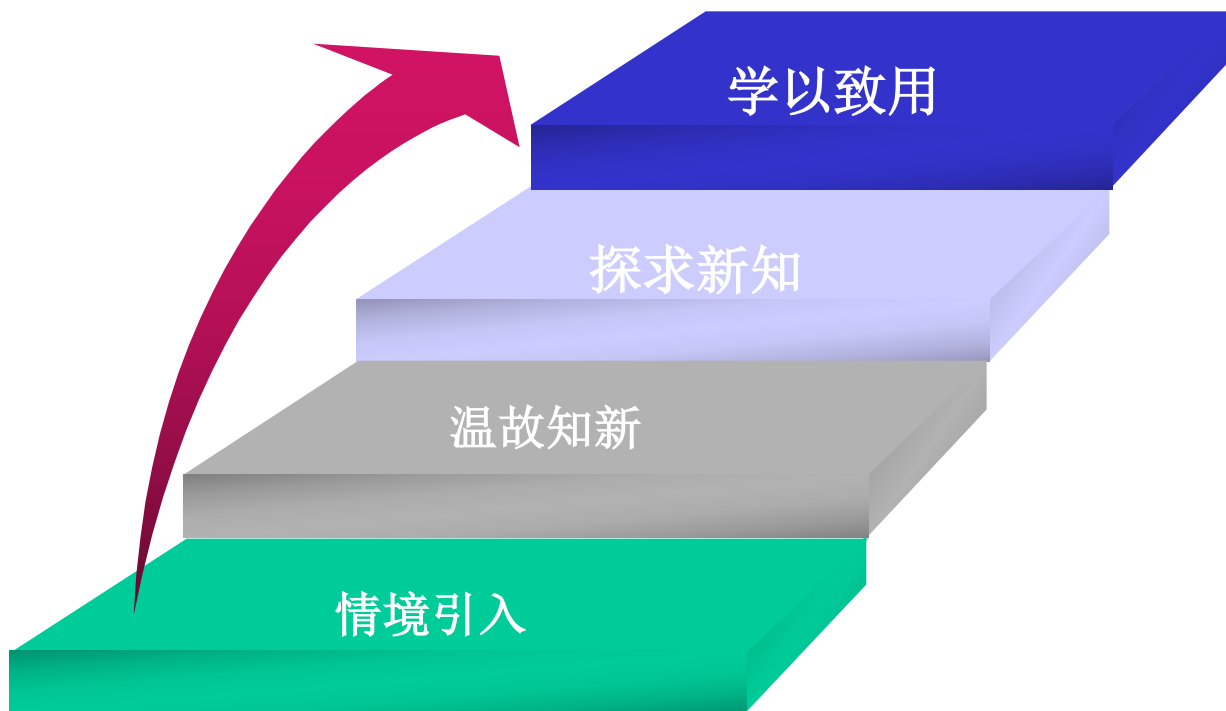
三、教学方法的选择

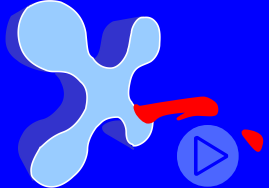
教学方法及手段

- 以问题为导向
- 教师启发讲授与学生自主探究相结合
- 利用多媒体增强课堂教学效果



四、 教学过程设计与实施





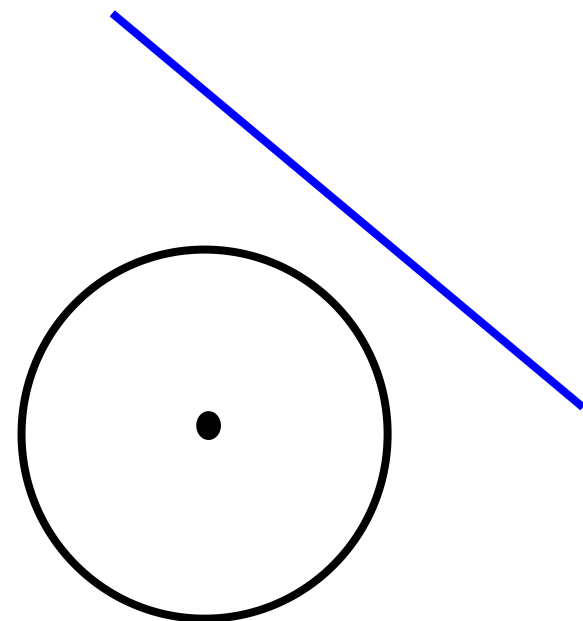
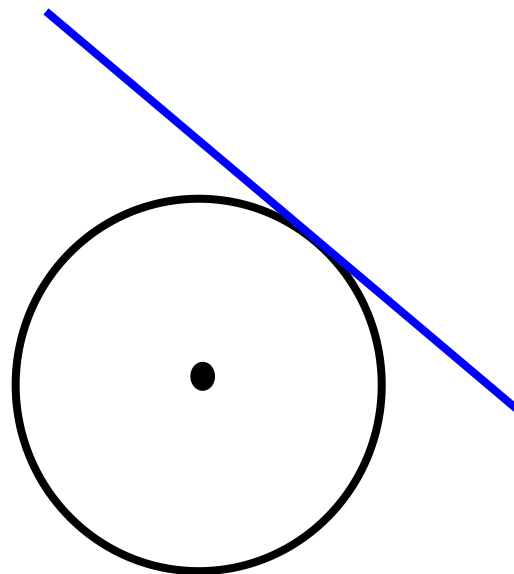
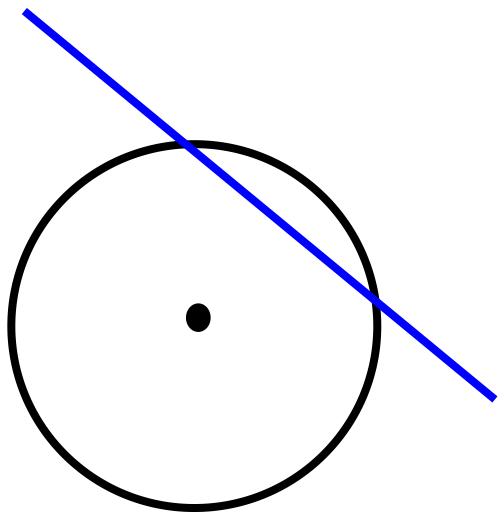
一、情境引入



设计意图：学生们通过欣赏巴金的美文《日出》，让学生从情境中抽象出数学问题，建立数学模型，抽象出几何图形。让学生亲身感受数学源于生活，与生活密切相关，并能使学生更好的直观感受直线与圆的三种位置关系，引入本节课题。



思考1 直线与圆几种位置关系是如何定义的？



两个公共点

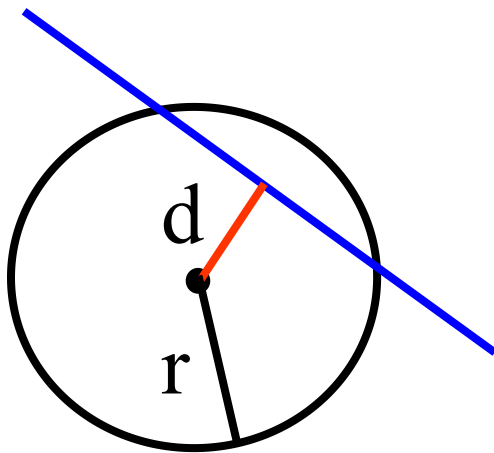
一个公共点

没有公共点

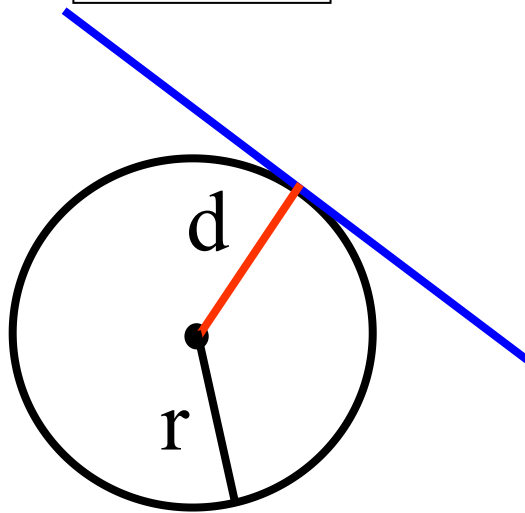


思考2 我们怎样判断直线与圆的位置关系？

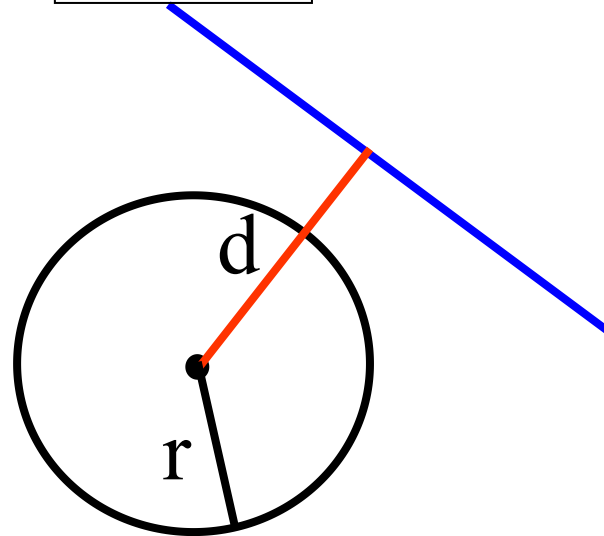
$$d < r$$



$$d = r$$



$$d > r$$



设计意图：注重初高中的衔接，力争从知识的本原寻找学生认知的生长点，唤醒学生的记忆，构建基本的知识框架。



思考3: 如何用直线的方程和圆的方程判断他们之间的位置关系?

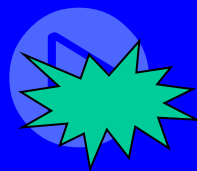
尝试与发现

判断直线 $y=-x+5$, 圆C: $x^2+y^2=12$ 的位置关系, 并说明理由. (学生展示)



设计意图：迁移问题情境，产生认知冲突，激发学生探究新知的欲望能使学生在探究过程中产生认知冲突，激发他们探究新知的欲望和必要性，通过解决特殊问题，让学生经历知识和方法产生和发现过程，进而得出解决同类问题的一般方法，符合学生的认知结构特征，同时也给学生渗透了探究问题的基本思路——由特殊到一般。通过学生对以上问题的解答，使学生理清判断直线与圆的位置关系的方法，真正把学生学习数学的过程转变为学生对数学知识的“再创造”过程，体验数学发现和创造的历程，为学生形成积极探究的学习方式，创造有利条件，发展了学生的创新意识。

直线与圆的位置关系的判定方法:



直线 $l: Ax + By + C = 0$ 圆 $C: (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 (r > 0)$

(1) 代数法: 利用直线与圆的公共点的个数进行判断:

设方程组
$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \end{cases} \iff \text{消去 } y \text{ (或 } x \text{)}$$

的解的个数为 n

$$px^2 + qx + t = 0$$

$\Delta < 0 \iff$ 直线与圆相离

$\Delta = 0 \iff$ 直线与圆相切

$\Delta > 0 \iff$ 直线与圆相交

直线与圆的位置关系的判定方法:

直线 l : $Ax+By+C=0$

圆 C : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$

(2)几何法: 利用圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系判断:

$$d = \frac{|aA + bB + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$d < r$ \longleftrightarrow 直线与圆相交

$d = r$ \longleftrightarrow 直线与圆相切

$d > r$ \longleftrightarrow 直线与圆相离



有大胆猜测，才有伟大发现。——牛顿



给定平面中的一条直线 l 与 $\odot C$

设直线 l 的方程为 $y = kx + b$

$\odot C$ 的方程为 $x^2 + y^2 = r^2$.

(1) 直线 l 与 $\odot C$ 相交 $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] > 0 \Leftrightarrow r > \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r > d$.

(2) 直线 l 与 $\odot C$ 相切 $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] = 0 \Leftrightarrow r = \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r = d$.

(3) 直线 l 与 $\odot C$ 相离 $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 4[(1+k^2)r^2 - b^2] < 0 \Leftrightarrow r < \frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}} \Leftrightarrow r < d$.

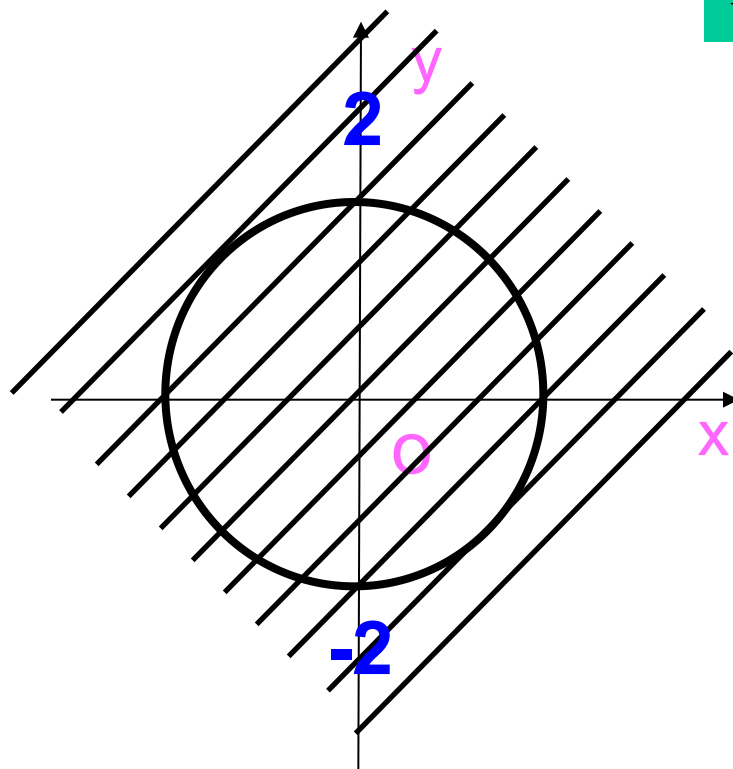


设计意图：从方程组的解、圆心到直线的距离两个方面，用代数语言描述几何要素及其关系，进而将几何问题转化为代数问题。在处理完代数问题后，分析代数结果的几何意义，最终解决几何问题。应用新知识、新方法解决原来的问题，在知识的生长点上催生了新知识，这一过程中学生在理解数学知识的本质、感悟数学的思想的同时，其数学运算、逻辑推理等核心素养都能得以发展。



【例1】 已知直线 $y=x+b$ ，圆的方程为 $x^2+y^2=2$ ，当 b 为何值时，圆与直线相交、相切、相离？

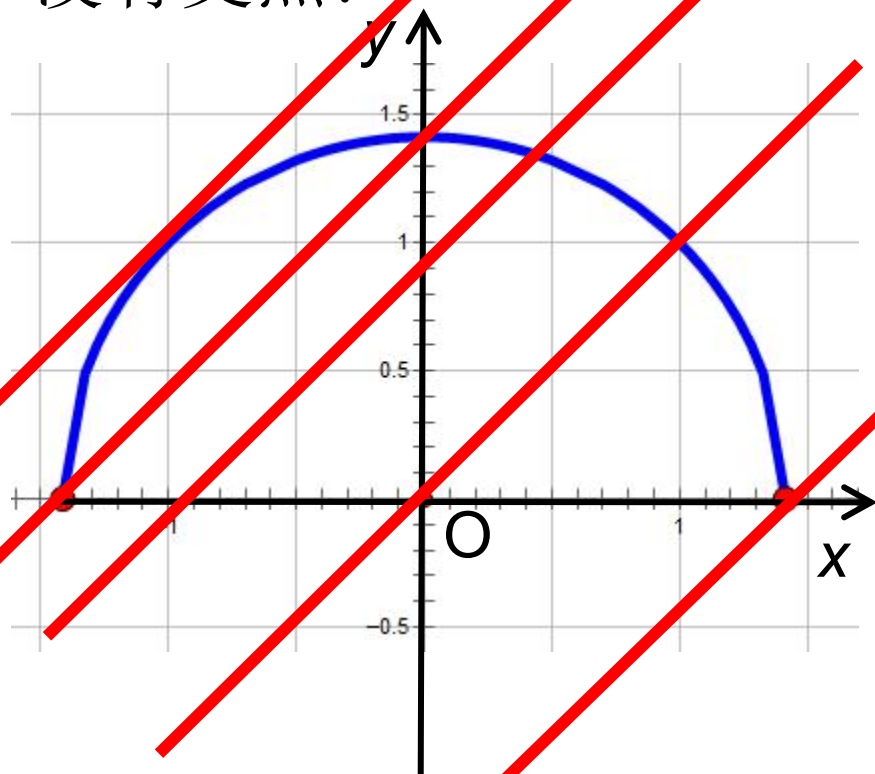
学生上黑板板演





设计意图：学以致用，检验同学们的掌握情况，体验平面几何与解析几何的各自解法．平面几何可以定性刻画，解析几何可以精确刻画，体验坐标法的优越性．同时强调解答步骤的规范性。

【变式】 已知直线 $y=x+b$ ，曲线方为 $y=\sqrt{2-x^2}$ ，当 b 为何值时，曲线与直线有两个交点？一个交点、没有交点？



设计意图：变式的设置进一步激发他们学习数学的兴趣和热情，渗透数学结合思想、分类讨论思想。锻炼学生的思维的严谨性。进一步阐释了“数”与“形”不分家的数学理念。



本节课我们主要学习了哪些知识？

一种情境

(数学建模)

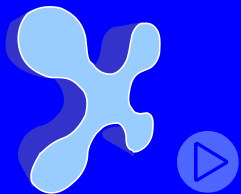
二种方法：几何法、代数法

(数学抽象)

三种思想：数学结合、类比思想、从特殊到一般

(逻辑推理)

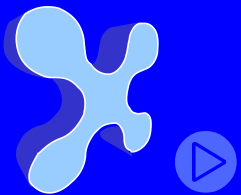
(数学运算)



作业：（必做）P110 A组3(2) B组1. 2

（选做）进一步探究第二种解法，熟练解决
联立方程组求解问题

设计意图：通过组织小结，完善内容，鼓励学生反思课堂全程，促使个体认知结构的完善；完成了本节课的知识目标和素养目标。分层作业避免一刀切，使学有余力的同学得到进一步的发挥。



五、教学特点及效果分析



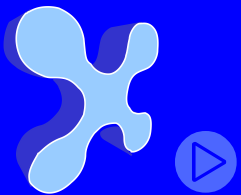
教学特点



充分意识到初高中的衔接问题，初中定性研究，培养直觉思维，高中定量研究，更注重理性思维。



例题设置由浅入深，层层递进，既强化了直线与圆的位置关系的判断方法，又培养了学生的应用意识。



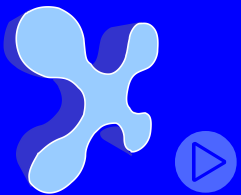
课题

- 一、情境引入
- 二、位置关系
判断方法
- 三、数学思想

板书设计

例1（板书）

学生出现的问题
解惑区域



请各位专家、老师批评指正！

谢谢！