

普通高中课程标准实验教科书

人教B版数学选修2-1 第二章 圆锥曲线与方程 2.2节

§ 2.2.1 椭圆的标准方程（第一课时）

教
学
设
计

一、教学内容和内容解析：

本节课是《普通高中课程标准实验教科书·数学》选修 2-1 第二章第二节第一课时，主要学习椭圆的定义和标准方程.在必修 2 学生已初步掌握了解析几何研究问题的主要方法,并在平面直角坐标系中研究了直线和圆这两个基本的几何图形.这一节课是在学完圆及其标准方程的基础上，将研究曲线的方法拓展到椭圆，是继续学习椭圆的几何性质的基础；椭圆的学习为后面研究双曲线、抛物线提供了基本模式和理论基础.因此这节课有承前启后的作用.另外本节内容蕴含了许多重要的数学思想方法，如：数形结合思想、类比思想、化归思想等.因此，教学时应重视体现数学的思想方法及价值.基于以上分析确定了本节课的教学重点：掌握椭圆的定义及标准方程，理解坐标法的基本思想；教学难点：椭圆标准方程的推导与化简.

二、教学目标和目标解析：

目标：

- 1.借助动手实验让学生直观感受椭圆的定义，为后面研究椭圆做准备。
- 2.通过复习圆的标准方程研究过程，让学生回忆起研究圆的基本流程，从而让学生学会类比圆的研究过程研究椭圆。
3. 通过类比圆的标准方程的推导，小组合作给出椭圆标准方程的推导过程，巩固用坐标化的方法求动点的轨迹方程，同时体会含有两个根式的化简思路。
4. 通过经历椭圆标准方程的推导，对学生进行数学思想方法的渗透，培养学生具有利用数学思想方法分析和解决问题的意识，同时增强学生战胜困难的意志品质，并体会数学的简洁美、对称美。

以上教学目标结合了教学实际，将知识与能力、过程与方法、情感态度价值观的三维目标融入各个教学环节.

目标解析：

(1) 对椭圆的认识，先从直观感受再到理性认识，这与历史上对椭圆的研究历程是一致的. 但椭圆的定义是发生式定义，较为抽象，故借助细绳画椭圆的方法可以将定义具体化，所画图像确实与印象中的椭圆是一致的. 细绳画椭圆的方法既有利于对椭圆定义的理解，还

有助于对椭圆对称性的理解与分析，在这过程中培养学生的思维能力。

(2) 通过类比圆方程最简洁形式时，圆与坐标系的对称关系，可以找到怎样根据椭圆的图形特征建立坐标系，使得椭圆方程更简洁，并能找到各参数对应的几何意义，从而也就能更好地说明椭圆标准方程之“标准”所在。另外，在化简过程中，到底是直接两边平方还是移项后再平方，可以通过分析得到初步判断，移项后两边平方只剩下一个根号和一次式，形式更简单。但直接两边平方，利用式子对称的结构特征进行运算的话，其实也不难。所以可以借此机会与学生强调，化简方程时利用式子的结构特征可以简化运算，提高运算能力。提升方程化简能力是提高数学运算能力的落脚点，这也是数学核心素养要求之一。

(3) 椭圆标准方程时建立在特定坐标系下的对应方程，利用椭圆的定义，就可以快速地求出椭圆的标准方程。也可以利用方程的思想，采用待定系数法求出椭圆的标准方程。

三、学生学情分析：

学生已有认知基础：学生已经学习了圆的概念及其方程，还有曲线与方程，初步认识了解析几何课程的特征，即是一门借助坐标法研究几何的学科，并且已经初步体验到了数形结合的基本思想；学生有动手体验和探究的兴趣，有一定的观察分析和逻辑推理的能力；学生有建立圆的概念和方程的经历。

达成目标所需认知基础：解析法的数形结合思想和解析法的步骤。

已有基础与需要基础之间的差异：关于椭圆概念的获得，学生容易通过几何图形发现轨迹上的点的特征。但学生不容易形成概念体系并用精准的语言描述。在概括椭圆的定义时，需要教师作适当的启发，然后再用数学语言进行精确的描述。推导椭圆标准方程时会遇到两个困难，首先是坐标系如何建立才能使椭圆方程更简单，需要类比圆的方程的建立方法，根据椭圆的对称性建立直角坐标系。其次是如何化简方程使其最简洁，学生已有的知识与能力不能完全胜任独立解决的要求，需要教师作适当的讲解，基于以上学情分析，教学中主要会存在以下几个问题：

1. 教学问题一：怎样将生活中对椭圆的认识与椭圆的定义联系起来，这是本节课的第一个教学问题。这不仅是本节课的重点，也是教学难点。解决方案：从历史角度看，对椭圆的认识，先是借圆锥的斜截面边缘来定义，再上升到从点运动的轨迹来重新定义。但椭圆的定义是发生式定义，较为抽象，借助细绳画椭圆的方法可以将定义具体化，所画图像确实与印象中的椭圆是一致的，从而将生活中对椭圆的认识与椭圆定义联系起来。

2. 教学问题二：如何建立坐标系并理解椭圆标准方程之“标准”的意义，是第二个教学问题。其实任何一种建系方法都是可以求出对应的椭圆方程，但不同建系方法求得的方程复杂程度不同。怎么建立坐标系才能使得方程更简洁？解决方案：可以类比圆方程最简洁的形

式所对应的坐标系——圆心在原点，圆关于 x 轴、 y 轴、原点对称。根据细绳画椭圆的过程，可以得到椭圆关于两定点 F_1F_2 所在直线对称，关于线段 F_1F_2 的中垂线对称，且两对称轴的交点是椭圆对称中心，从而确定了坐标系的建立方法。且经过换元，方程形式最简洁，这就是标准之所在。

3. 教学问题三：如何化简方程 $\sqrt{(x+c)^2+y^2} + \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a$ ，是第三个教学问题。学生目前化简方程能力是比较弱的，对于含根号的式子进行化简，常用两边平方法。到底是直接两边平方还是移项后两边平方更简便？解决方案：学生进行直接两边平方进行化简，遇到困难，师生共同解决，让学生感悟到利用好式子对称的结构特征，其实直接两边平方也可以快速化简的，还能提高学生的化简方程的能力。教师引导分析式子的结构特征，选用移项后两边平方法进行化简，学生尝试化简，展示化简过程；然后师生共同分析两种方式的优劣，引导使用分子有理化方式再次进行化简；这一过程充分培养了学生的运算能力，提高了学生的数学核心素养。

五、教学策略分析：

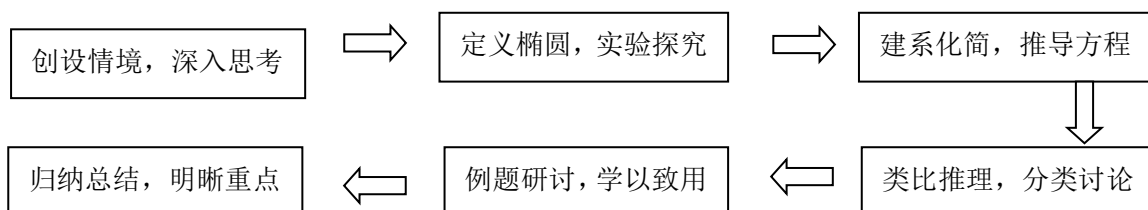
教学方法：问题驱动式教学方法，引导学生主动参与、积极体验、自主探究，形成师生互动的教学氛围。让学生自觉主动地创造性地去分析问题、讨论问题、解决问题，使学生在获得知识的同时，思想渗透，自觉升华。

学法指导：改变学生的学习方式是高中课改追求的基本理念。遵循以学生为主体，教师为主导，发展为主旨的现代教育原则。采用以问题的提出、问题的解决为主线，始终在学生知识的“最近发展区”设置问题；以学生主动探索、积极参与、共同交流与协作为主体，在教师的引导下，学生“跳一跳”就能摘得果实；于问题的分析和解决中实现知识的建构和发展。通过不断探究、发现，让学生的学习过程成为心灵愉悦的主动过程，使师生的生命力在课堂上得到充分的发挥。

教学手段：多媒体辅助教学、动手实验。

教学准备：课件（包括 PPT 课件、几何画板课件）、准备画椭圆工具（包括一块木板、两颗钉子、一根细绳）。

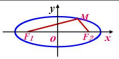
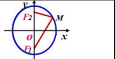
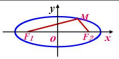
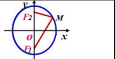
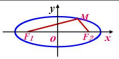
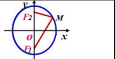
教学流程:



五、教学过程与设计

教学环节	问题或任务	师生活动	设计意图
情境引入 认识椭圆	<p>【引入 1】火箭发射, 卫星运行轨迹。</p> <p>【引入 2】古希腊数学家阿波罗尼奥斯椭圆形成及旦得林球。</p>	<p>学生 1: 观看视频及图片, 直观感受椭圆。</p> <p>教师 1: 建国 70 周年, 卫星上天, 为中国取得的伟大成就骄傲自豪, 卫星运行轨迹是什么曲线?</p> <p>教师 2: 平面截圆锥, 截面图形曲线是什么?</p> <p>教师 3: 旦得林球中椭圆上点 A 满足的条件</p>	<p>数学来源于生活而又服务于生活, 从学生兴趣点入手激发学习兴趣, 同时增强学生的爱国主义情怀, 将对椭圆的感性认识上升为理性认识, 从直观几何转化为解析几何。</p>
实验探究 定义椭圆	<p>【实验探究 1】在画板上取两个定点 F_1、F_2, 把一条长度为定值且大于两定点 F_1、F_2 的长度细绳的两端固定在 F_1、F_2 两点, 用笔尖把绳拉紧, 移动笔尖看看笔尖画出的轨迹是什么图形?</p> <p>【实验探究 2】在画板上移动点 F_1、F_2, 使 F_1、F_2 距离等于绳长, 把绳拉紧, 移动笔尖看看笔尖画出的轨迹又是什么图形?</p> <p>【实验探究 3】若将绳子剪短, 小于两定点距离, 所画图像会是什么?</p>	<p>教师 4: 下面, 我们利用实验将椭圆定义具体化. 提出实验探究活动。</p> <p>学生 2: 完成实验探究并展示成果。</p> <p>教师 5: 成果分析。</p>	<p>让学生通过探究活动, 更好地理解椭圆的定义, 体会画椭圆的方法及定义中的关键要素。</p>

	<p>【问题 1】应该如何完善刚才对椭圆的定义？</p>	<p>教师 6：强调椭圆定义的关键要素（两定点、距离和、常数大于 F_1F_2）及介绍椭圆的焦点、焦距。</p>	<p>加深对椭圆定义中关键要素的理解,为后续方程推导及性质学习做铺垫。</p>
<p>合理 建系 推导 方程</p>	<p>【问题 2】前面我们已经学习圆的方程，怎样建立椭圆的方程？</p> <p>【问题 3】如何建立坐标系更好？</p> <p>【问题 4】如何使方程形式更优美</p> $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$	<p>教师 7：提出问题 2 学生 3：建系、设点、列式、化简。</p> <p>8：提出问题 3。 学生 4：思考并回答问题 3，原点在对称中心时，方程简洁。</p> <p>教师 9：以两对称轴为坐标轴建立坐标系，设点，列式。</p> <p>学生 5：尝试化简。 教师 10：师生共同利用两种方法化简至：$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$。</p> <p>教师 11：能否使方程形式更简洁。 学生 6：学生思考。</p>	<p>激活学生已有的认知结构,用类比思想为研究椭圆找到了方法与策略。</p> <p>类比圆方程最简形式与坐标系的关系,根据椭圆的对称性选择最佳建系方法推导椭圆的方程,进而更好地理解标准方程之“标准”所在,并能体会数学之“美”</p> <p>暴露自然思维,通过比较,得出最简洁的方案,而不是被动地接受教材或老师强加给的方法,使学生完全成了学习的主人,由被动的接受变成主动的获取。在师生互动的过程中,让学生体会数学的严谨,使他们的观察能力、运算能</p>

			<p>力、推理能力得到训练,渗透数形结合的数学思想。并感受椭圆方程、图形的对称美,简洁美</p>															
<p>类比推理 分类讨论</p>	<p>【问题 5】如果焦点在 y 轴上, 原点为两焦点的中点, 则椭圆方程是什么?</p> <table border="1" data-bbox="338 1299 740 1451"> <tr> <td>定义</td> <td colspan="2">$MF_1 + MF_2 =2a (2a>2c>0)$</td> </tr> <tr> <td>图形</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>方程</td> <td>$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$</td> <td>$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$</td> </tr> <tr> <td>焦点</td> <td>$F(\pm c, 0)$</td> <td>$F(0, \pm c)$</td> </tr> <tr> <td>a, b, c 之间的关系</td> <td colspan="2">$c^2 = a^2 - b^2$</td> </tr> </table> <p>焦点位置的判断: 焦点在 x 轴的椭圆 x 项分母较大。 焦点在 y 轴的椭圆 y 项分母较大</p>	定义	$ MF_1 + MF_2 =2a (2a>2c>0)$		图形			方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	焦点	$F(\pm c, 0)$	$F(0, \pm c)$	a, b, c 之间的关系	$c^2 = a^2 - b^2$		<p>教师 12: 提出问题 5. 学生 7: 利用类比的方法, 得到方程: $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).</p> <p>教师 13: 列表总结两种方程。</p>	<p>利用类比对称, 划归的思想让学生体会问题的本质所在, 只是位置不同, 图形是一致的, 得出焦点在 y 轴上的椭圆的标准方程, 避免繁杂计算.</p> <p>通过归纳总结让学生对两种方程进行对比分析, 强化对椭圆方程的理解. 有助于教学目标的实现, 培养学生的总结归纳能力, 而且使学生体会和学习类比的思想方法, 为后边双曲线、抛物线及其它知识的学习打下基础.</p>
定义	$ MF_1 + MF_2 =2a (2a>2c>0)$																	
图形																		
方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$																
焦点	$F(\pm c, 0)$	$F(0, \pm c)$																
a, b, c 之间的关系	$c^2 = a^2 - b^2$																	

<p>学以致用 例题研讨</p>	<p>例 1 . 求适合下列条件的椭圆标准方程:</p> <p>(1) 椭圆的两个焦点的坐标分别 $F_1(-3,0), F_2(3,0)$, 椭圆上一点 M 到两焦点距离之和等于 8;</p> <p>(2) 椭圆的两个焦点的坐标分别 $F_1(0,-4), F_2(0,4)$, 并且椭圆经过 $P(\sqrt{3},-\sqrt{5})$。</p>	<p>教师 14: 学以致用, 尝试解决下面例题 学生 8: 学生思考完成例题 教师 15: 教师板演解题过程, 规范解题步骤。</p>	<p>第一个练习是前面的例题, 判断出轨迹是椭圆后, 继续拿来求其标准方程; 第二个练习让学生熟悉焦点在轴上的标准方程; 同时检验学生对椭圆标准方程的理解与应用</p>
<p>总结升华 提升素养</p>	<p>【问题 6】: 通过本节课的学习, 你有哪些收获?</p>	<p>教师 16: 教师提出问题 6 学生 9: 学生思考回答 教师 17: 教师补充归纳。</p>	<p>回顾和总结本节课的主要内容, 优化重组认识结构, 并鼓励学生养成多总结, 多反思的好习惯。</p>
<p>作业布置 课下探究</p>	<p>课后作业:</p> <p>必做: 课本 p128 练习 A1,3 练习 B1,3 选做: 课本 p129 练习 B5 研究性作业: 1 方程什么时候表示椭圆? 什么时候表示焦点在 x 轴上的椭圆? 什么时候表示焦点在 y 轴上的椭圆? 能表示圆吗?</p>	<p>教师 20: 布置作业</p>	<p>进一步巩固新知, 加强解决问题的能力; 研究性作业的设计可以提高学生独立思考、自主探究的能力, 满足学有余力的同学需要, 同时为后续学习做铺垫, 为学有余力的学生留有进一步探索、发展的空间。</p>