温故而知新

可以为师矣

三角函数——小单元复习课

高一数学：张琳琳

一、全国卷近五年考情：

考点	2017年			2018年			2019年			2020年			2021年	
	卷Ⅰ	卷Ⅱ	卷Ⅲ	卷Ⅰ	卷Ⅱ	卷Ⅲ	卷Ⅰ	卷Ⅱ	卷Ⅲ	卷Ⅰ	卷Ⅱ	卷Ⅲ	甲卷	乙卷
任意角和弧度制及任意角三角函数	T3							T3			T2		T4	
三角函数的同角关系、诱导公式		T5		T5	T6	T7	T7			T9		T5		T4
三角函数的图像与性质			T6		T11			T9	T12	T7		T16	T16	
函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像及三角函数模型简单应用	T9	T14		T16	T10	T15	T11							T7
三角恒等变换					T15	T4		T10		T9		T9	T9	
正弦定理和余弦定理	T17	T17	T17	T17	T6	T9	T17	T15	T18		T17	T7	T8	T9、T15

二、本单元新课标要求：

1.理解任意角三角函数的定义，理解用单位圆中的向量表示三角函数线的原理，并借助三角函数线的直观性，自主探索三角函数的有关性质.

2.掌握同角三角函数关系式和诱导公式，能进行三角函数间的变换。记住特殊角的三角函数值，并会求任意角的三角函数值.

三、本单元思维导图：

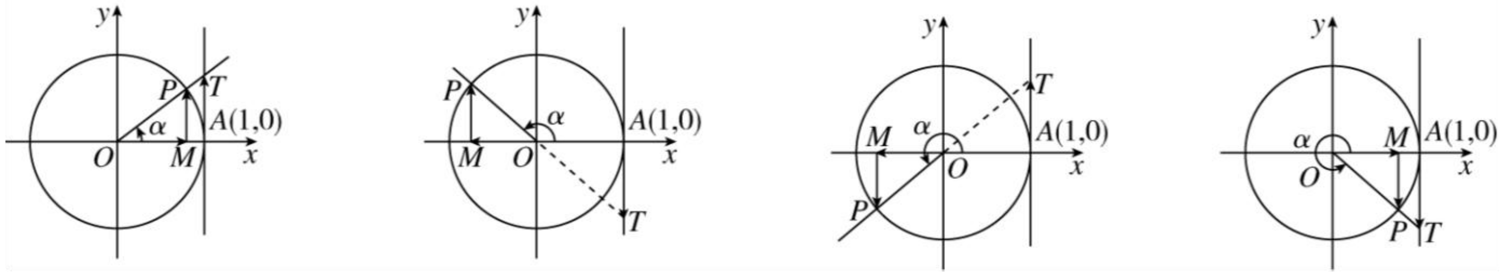
- 单元知识网络
  - 角的概念的推广
  - 弧度制
  - 任意角三角函数
    - 三角函数定义
    - 三角函数线
  - 同角三角函数基本关系式
  - 诱导公式

四、学习目标：

学习目标	核心素养
1．能利用三角函数线解决一些三角函数问题． 2．灵活利用同角关系式和诱导公式解决化简求值问题.	1．通过三角函数线概念的学习，培养学生的数学抽象和直观想象核心素养． 2．借助同角关系式和诱导公式的应用，培养学生的逻辑推理能力.

五、知识点回顾

（1）三角函数线

图示	
正弦线	如上图， α 终边与单位圆交于 P，过 P 作 PM 垂直于 x 轴，$\overrightarrow{MP}$ 即为正弦线
余弦线	如上图，$\overrightarrow{OM}$ 即为余弦线
正切线	如上图，过 A(1，0)作 x 轴的垂线，交α的终边或α终边的反向延长线于 T，$\overrightarrow{AT}$ 即为正切线

五、知识点回顾

（2）同角三角函数关系式

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm2\sin\alpha\cos\alpha$$

五、知识点回顾

（3）诱导公式

诱导公式一：

$\sin(\alpha + k\cdot 2\pi) = \sin\alpha$

$\cos(\alpha + k\cdot 2\pi) = \cos\alpha$

$\tan(\alpha + k\cdot 2\pi) = \tan\alpha$

诱导公式二：

$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$

诱导公式三：

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

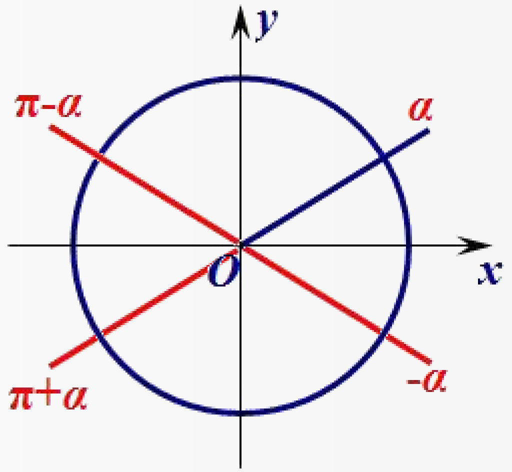
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

诱导公式四：

$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$



记忆口诀 ：“函数名不变， 符号看象限”

五、知识点回顾

诱导公式五：

$$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$$

诱导公式六：

$$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$$

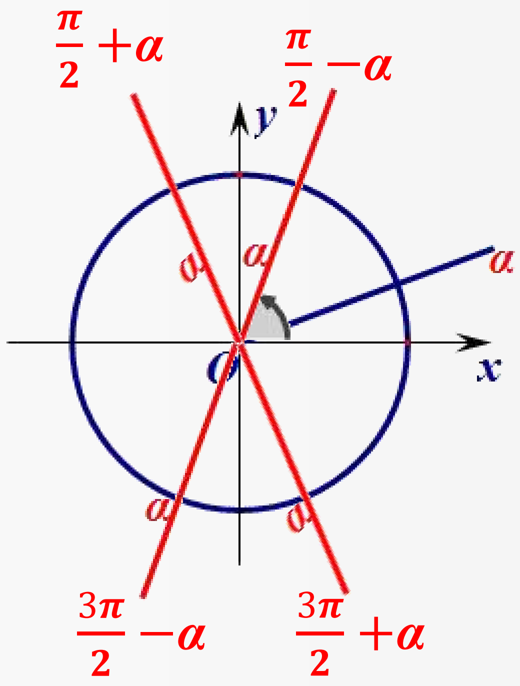
$$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\sin(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=\sin\alpha$$



记忆口诀 “函数名改变， 符号看象限”

六、典型例题

命题角度1　比较大小

例1　比较下列各组数的大小：

(1) $\sin\dfrac{22}{7}\pi$ ____ $\sin(-\dfrac{\pi}{5})$

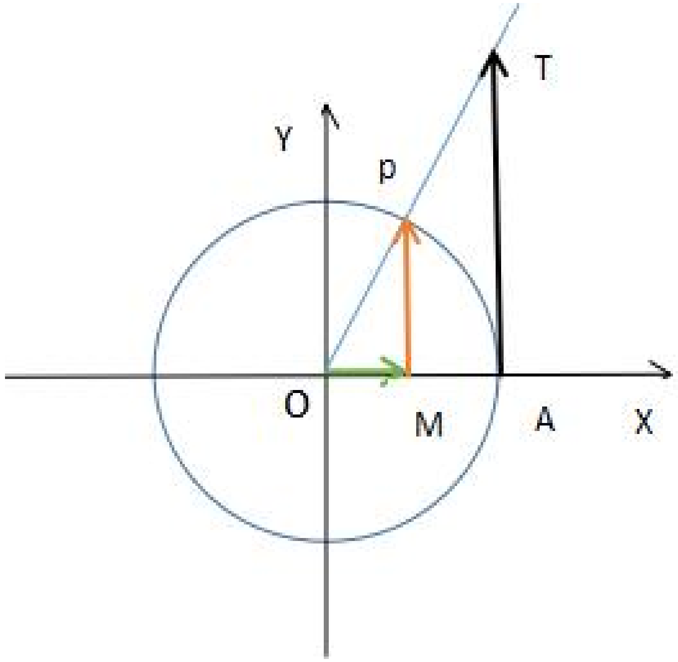
(2) $\sin\dfrac{15}{7}\pi$ ____ $\cos(-\dfrac{1}{7}\pi)$

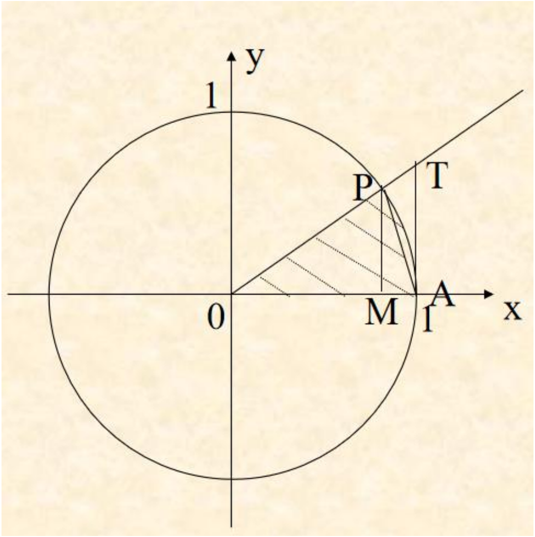
(3) $\sin(-\dfrac{8}{7}\pi)$ ____ $\tan(\dfrac{8}{7}\pi)$

变式：比较下列三个数大小：

$(1)\sin 1,\cos 1,\tan 1$

$(2)\alpha \in (0,\dfrac{\pi}{2}),\sin(2021\pi-\alpha),\alpha,\tan(2021\pi+\alpha)$





$S_{\triangle AOP}<S_{扇形AOP}<S_{\triangle AOT}$

$S_{\triangle AOP}=\frac{1}{2}OA \cdot MP=\frac{1}{2}\sin\alpha$，

$S_{扇形AOP}=\frac{1}{2}\alpha \cdot r^2=\frac{1}{2}\alpha$，

$S_{\triangle OAT}=\frac{1}{2}OA \cdot AT=\frac{1}{2}AT=\frac{1}{2}\tan\alpha$，

$\frac{1}{2}\sin\alpha<\frac{1}{2}\alpha<\frac{1}{2}\tan\alpha$，即 $\sin\alpha<\alpha<\tan\alpha$.

$\cos 1<\sin 1<\tan 1$

命题角度2　求解三角不等式

例2　求函数$f(x)=\sqrt{2\sin x-1}+\ln(1-2\cos x)$的定义域.

变式1:（多选）使 $\sin x\le\cos x$成立的x的范围可以是（　　）

$A.\left[-\frac{3\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$　$B.\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$　$C.\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$　$D.\left[\frac{5\pi}{4},2\pi\right]$

变式2:若点P（$\cos x-\sin x,\sin x+\cos x)$在第一象限，求$x$的范围.

变式3:若$|\sin x|<|\cos x|$，求x的范围.

命题角度3　化简求值

例3　已知$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})$，且$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{7}{5}$.

（1）求$\tan\alpha$

(2)求$\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha+1$的值

(3)求$\dfrac{\sin\alpha}{\sin^3\alpha+4\cos^3\alpha}$的值.

$$\frac{\sin\alpha\cos\beta+3\cos\alpha\sin\beta}{-\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$$

$$=\frac{\tan\alpha+3\tan\beta}{-1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$=\frac{14}{5}$$

引申：若$\tan\beta=2$，求$\dfrac{\sin\alpha\cos\beta+3\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\sin\beta}{\cos(\pi+\alpha)\cos(-\beta)-\sin\alpha\sin\beta}$

解：⑴ 由$\begin{cases}\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{7}{5}\\ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1\end{cases}$ 得……1分

$\begin{cases}\sin\alpha=\frac{4}{5}\\ \cos\alpha=-\frac{3}{5}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin\alpha=\frac{3}{5}\\ \cos\alpha=-\frac{4}{5}\end{cases}$ ……3分

$\because \alpha\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4})$

$\therefore \begin{cases}\sin\alpha=\frac{4}{5}\\ \cos\alpha=-\frac{3}{5}\end{cases}$ ……………………4分

⑵ 原式$=\frac{\sin^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}+1$………5分

$=\frac{\tan^2\alpha-2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}+1$………6分

$=\frac{(-\frac{4}{3})^2-2(-\frac{4}{3})}{(-\frac{4}{3})^2+1}+1$………7分

$=\frac{13}{5}$…………………………………8分

(3)原式$=\frac{\sin\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)}{\sin^3\alpha+4\cos^3\alpha}$

$=\frac{\sin^3\alpha+\sin\alpha\cos^2\alpha}{\sin^3\alpha+4\cos^3\alpha}$ ……9分

$=\frac{\tan^3\alpha+\tan\alpha}{\tan^3\alpha+4}$……………10分

$=\frac{(-\frac{4}{3})^3+(-\frac{4}{3})}{(-\frac{4}{3})^3+4}$……………11分

$=\frac{14}{5}$……………………………12分

规范过程，力争满分

七、本节课效果检测：（限时练习）

1.求函数$f(x)=\sqrt{1+2\cos x}+\lg(1-2\cos x)$的定义域.

$$\boxed{\left(2k\pi+\frac{\pi}{3},2k\pi+\frac{2\pi}{3}\right]\cup\left[2k\pi-\frac{2\pi}{3},2k\pi-\frac{\pi}{3}\right)}$$

2.已知 $\sin(5\pi-\theta)+\sin\left(\frac{5}{2}\pi-\theta\right)=\frac{\sqrt{7}}{2}$，求 $\sin^4\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos^4\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)$的值. $\boxed{\frac{23}{32}}$

2.已知 $\sin(5\pi-\theta)+\sin\left(\frac{5}{2}\pi-\theta\right)=\frac{\sqrt{7}}{2}$，求 $\sin^4\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos^4\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)$的值.

解 $\because \sin(5\pi-\theta)+\sin\left(\frac{5}{2}\pi-\theta\right)$

$=\sin(\pi-\theta)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{7}}{2}$，

$\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}[(\sin\theta+\cos\theta)^2-1]=\frac{1}{2}\times\left[\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2-1\right]=\frac{3}{8}$，

$\therefore \sin^4\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\cos^4\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\cos^4\theta+\sin^4\theta$

$=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)^2-2\sin^2\theta\cos^2\theta$

$=1-2\times\left(\frac{3}{8}\right)^2=\frac{23}{32}$.

八、课堂小结：

1.记忆知识点：

（1）三角函数线，

（2）同角三角函数关系式，

（3）诱导公式

2.掌握常考题型：

（1）比较大小

（2）求解三角不等式不等式

（3）化简求值

3.领悟数学思想：

（1）转化思想

（2）分类讨论思想

（3）数形结合思想