

《二项式定理与杨辉三角》(第一课时)

教学设计

一、教学内容解析

“二项式定理”是人教B版《普通高中课程教科书 数学(选择性必修第二册)》第三章第三节知识内容,它是初中多项式乘法的继续和高中计数原理的应用,同时也是高中学习数学期望等内容的基础,因此二项式定理起着承上启下的作用。另外,二项式系数是一些特殊的组合数,利用二项式定理又可以进一步加深对组合数的认识。总之,二项式定理是综合性比较强的,具有联系不同知识内容的作用。

本节课要在用计数原理解决预设问题的基础上,得出二项式定理的猜想,并用计数原理给出证明。

二、教学目标设置

1. 知识与技能:

学生在二项式定理的发现推导过程中,掌握二项式定理及推导方法、二项展开式、通项公式的特点,会利用二项展开式及通项公式解决有关问题。

2. 过程与方法:

学生经历二项式定理的探究过程,体验“从特殊到一般发现规律,从一般到特殊指导实践”的思想方法,获得观察、归纳、类比、猜想及证明的理性思维探究能力。

3. 情感、态度与价值观:

通过二项展开式的探究,培养学生积极主动、勇于探索、不断创新的精神,感受合作探究的乐趣,感受数学内在的和谐、对称美及数学符号应用的简洁美。结合数学史,激发学生爱国热情和民族自豪感。

三、学生学情分析

知识储备:学生初中学习过多项式乘法法则,并且刚刚学习了计数原理和排列组合知识,对本节课分析 $(a+b)^n$ 展开式结构以及利用计数原理分析项的系数提供了帮助,同时授课学生为高二学生,有着一定的归纳推理能力,分析转化问题的能力。

存在问题:本节课思维含量比较大,对思维的严谨性和逻辑推导能力以及分类讨论,归纳推理能力等有着很高的要求,需要学生利用多项式乘法法则归纳乘积项的结构,并能利用计数原理分析项的系数,学生学习起来有一定难度。而且学生在学数学过程中,往往只习惯于重视定理、公式的结论,而不重视推导过程,这都为本节课的教学带来了难度。

根据以上学情,制定如下教学重难点:

教学重难点:如何让学生想到利用计数原理去分析二项展开过程;如何发现二项式展开成单项式之和时各项系数的规律;用计数原理分析的 $(a+b)^n$ 展开式,得到二项式定理。

四、教学策略分析

1. 教法分析

根据“最近发展区”的教学理论，把学习者原有的知识经验作为新知识的生长点，引导学习者从原有的知识经验中产生新的知识经验，需要教师精心设计问题，创新问题情境，贯穿启发式教学原则，调控问题的解决过程；采用“多媒体引导点拨”的教学方法以多媒体演示为载体，以“联想类比引导思考”为核心，设计课件与板书展示，引导学生积极思考探索，逐步达到即定的教学目标。

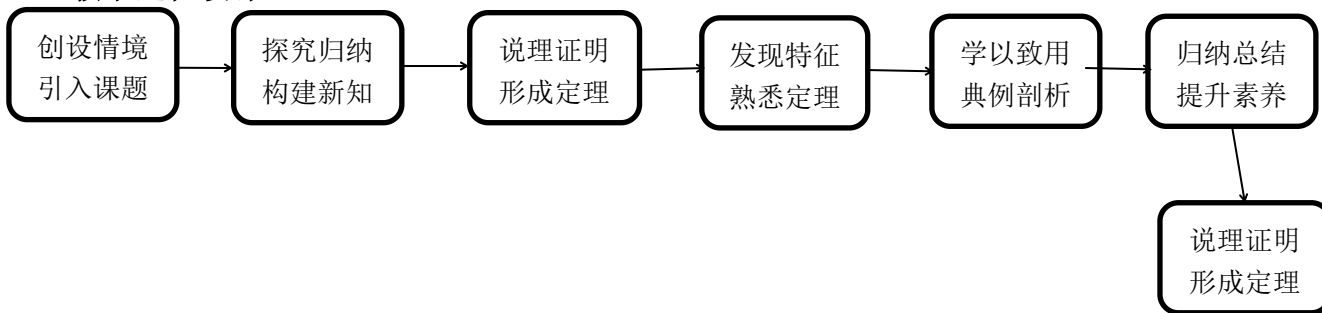
2. 学法分析

“建构主义”强调，学生是信息加工的主体，是意义的主动建构者，因教必须以学为主立足点，根据学生的思维特点，让每一个学生自主参与整堂课的知识构建，在教学的各个环节中引导学生进行类比迁移归纳分析，对照学习；学生在教师营造的“可探索”的环境里，积极参与，生动活泼地获取知识，掌握规律，主动发现，主动发展。

3. 教学手段




利用电脑等多媒体教学设备展现二项式定理的发现与证明过程，激发学生的学习兴趣，提高学习的效率，增强数学活动的直观性。

五、教学过程设计



教学过程	师生互动	设计意图
<p>一、创设情景 引入课题</p> <p>2016年下半年，神舟十一号载人飞船将在天宫二号发射后择机发射，并与天宫二号对接，目的是更好地掌握空间交会对接技术，开展地球观测和空间地球系统科学、空间应用新技术等领域的应用和试验。</p>	<p>1. 学生观看视频</p> <p>2. 教师在学生观看完视频后提出问题PPT同步显示算式和数据</p>	<p>数学来源于生活而又服务于生活，从学生兴趣点入手激发学习兴趣，同时增强学生的爱国主义情怀</p> <p>提出问题，引导二项式形式，引入课题，激发学生的求知欲。</p>

$6^3 = 216 \quad (\sqrt[3]{295})^3 = 295 \quad 7^3 = 343$ $\text{设 } \sqrt[3]{295} = 6 + x, (0 < x < 1)$ $\therefore 295 = (6 + x)^3$		
<p>二、探究归纳 构建新知</p> <p>探究 1: 一个箱子装着标有字母 a, b 的两个大小, 形状一样的球, 从中摸出 1 个球, 有可能出现哪些结果? 每一种结果有多少种情况?</p> <p>探究 2: 两个箱子均装着标有字母 a, b 的两个大小, 形状一样的球, 从每个箱子中摸出一个球, 共摸出 2 个球, 有可能出现哪些结果? 每一种结果有多少种情况?</p> <p>探究 3: 三个箱子均装着标有 a, b 字母的两个大小, 形状一样的球, 从每个箱子个摸出一个球, 共摸出 3 个球, 有可能出现哪些结果? 每一种结果有多少种情况?</p>	<p>1、教师由浅入深提出问题, 直观引导学生思考.</p> <p>2、学生口答, 教师板书结果, 为后面的观察归纳作好铺垫.</p>	<p>“建构主义”观点认为: 情境必须有利于学生对所学内容的意义建构. 根据教学内容特点和学生的认知规律, 复习旧知识, 提问设疑, 逐步推进, 为学生学习新课内容作知识上、方法上、心理上的准备, 同时为后面发现、证明二项式定理奠定了联想、类比的思想方法基础.</p>
<p>问题 1: 请同学们认真观察每个问题的结果及其结果的种数, 是否联想到我们非常熟悉的代数运算公式呢?</p> $(a + b)^1 = a + b,$ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ <p>问题 2: 请同学们大胆地猜想 $(a + b)^n$ 的展开式是怎样的?</p> <p>猜想:</p> $(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \cdots + C_n^k a^{n-k} b^k + \cdots + C_n^n b^n (n \in N^*)$	<p>1、教师引导学生观察教师在黑板上的板书, 从结构形式与数值特征上展开联想.</p> <p>2、教师鼓励学生大胆猜想, 请一位同学上台板书猜想结果.</p>	<p>1、“建构主义”观点认为: 要把学习者原有的知识经验作为新知识的生长点, 通过教师引导学生对问题的结果的观察类比, 实现旧知向新知的迁移;</p> <p>2、“联想”与“思考”是学习者意义建构的关键, 学生通过对三个展开式的自主探讨, 亲历了知识的发生、发展、形成的过程, 从而发现问题、提出问题, 并</p>

<p>二项式定理发展史</p> <p>二项式定理：</p> $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n (n \in N^*)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>杨辉 1261年</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>牛顿 1665年</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>高斯 1811年</p> </div> </div>	<p>3. 教师给出二项式定理名称板书内容并激情讲述二项式定理的发现、发展史</p>	<p>在教师的引导下解决问题，达到了”创造性使用教材，培养学生的创新意识”的教学目的，</p> <p>3、牛顿说过：没有大胆的猜想，就做不出伟大的发现，通过观察归纳，培养学生的归纳猜想能力.</p> <p>追溯二项式定理发现、证明的历史，介绍中国古代数学史，激发学生的学习欲望，弘扬科学的探究与钻研精神，培养学生的爱国主义情操.</p>
<p>三、说理证明，形成定理</p> <p>问题 3：请同学们想一想怎样说明此定理成立？</p> <p>说理证明：</p> <p>$(a+b)^n$ 是 n 个 $(a+b)$ 相乘，相当于有 n 个箱子，从每个箱子摸一个球，共摸出 n 个球，a^n 相当于没摸出 b 球的结果，$a^{n-1}b$ 相当于摸出 1 个 b 球的结果，同学们看这个式子 $a^{n-k}b^k$，这相当于摸出 k 个 b 球的结果，一直到 b^n 相当于摸出 n 个 b 球的结果，而每一项对应的系数就是每一种结果对应的种数. 从而就出现我们今天所要学习的非常重要的定理-----二项式定理.</p> <p>等式的右边 $C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n$ 叫做二项展开式.</p>	<p>1. 教师提出问题 3.</p> <p>2. 学生思考，小组讨论展示结果</p> <p>3. 教师说理证明二项展开式中每一项的意义，重点证明通项的意义.</p>	<p>从计数原理的角度对展开过程进行分析，概括出项的形式，用组合知识分析展开式中具有同一形式的项的个数，从而得出用组合数表示的展开式，培养学生严谨推理的数学思维意识.</p>

<p>四、熟悉定理，发现特征</p> <p>问题4: 进一步研究二项式定理，同学们可以发现二项展开式有哪些特征吗？</p> <p>1. 项数：共有 $n + 1$ 项.</p> <p>2. 次数：各项字母 a、b 指数和都等于 n. 字母 a 按降幂排列，次数由 n 递减到 0; 字母 b 按升幂排列，次数由 0 递增到 n.</p> <p>3. 二项展开式的通项：式中的 $C_n^k a^{n-k} b^k$ 叫做二项展开式的通项. 用 T_{k+1} 表示. 即通项为展开式的第 $k + 1$ 项: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$</p> <p>4. 二项式系数：依次为 $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^k, \dots, C_n^n$, 这里 $C_n^k (k = 0, 1, \dots, n)$ 称为二项式系数.</p>	<p>1. 教师从如何更熟练地记忆二项展开式的角度提出问题4, 引导学生观察展开式的特征.</p> <p>2. 学生口答观察结果, 教师板书示范.</p>	<p>达尔文说过：科学就是整理事实，以便从中得出普遍的规律或结论，通过对二项式定理进一步研究，发现二项展开式的一些特征，掌握规律；进一步提高学生归纳、推理的能力，强化对二项式定理的深度理解，为后面对二项式系数性质的研究作好准备，从根本上掌握运用二项式定理解决问题的原理.</p>
<p>五、学以致用 典例剖析</p> <p>例1. 求 $(x + \frac{1}{x})^4$ 的二项展开式</p> <p>变式1. 求 $(x - \frac{1}{x})^4$ 的二项展开式</p> <p>变式2. 求 $(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}})^8$ 的二项展开式</p> <p>如何计算 $\sqrt[3]{295}$ 的近似值呢？</p> <p>设 $\sqrt[3]{295} = 6 + x, (0 < x < 1)$</p> <p>$\therefore 295 = (6 + x)^3 = C_3^0 6^3 x^0 + C_3^1 6^2 x^1 + C_3^2 6^1 x^2 + C_3^3 6^0 x^3$ $= 216 + 108x + 18x^2 + x^3$</p> <p>$x = \frac{295 - 216}{108} \approx 0.73$, 所以 $\sqrt[3]{295} \approx 6.73$</p>	<p>1. 学生思考解答题目</p> <p>2. 教师实物投影展示学生作答结果并点评总结</p> <p>1. 学生思考解决</p>	<p>通过例题让学生熟悉二项展开式，设计题目考察学生的学习情况，各个题目设计的比较有梯度，逐渐加大难度，符合学生的认知水平.</p> <p>本题的设置，达到</p>

	<p>本节情景问题</p> <p>2. 教师根据学生作答结果补充完善</p>	<p>了收尾呼应，完美收官的目标，也让学生体会了数学的价值，为更好的学习数学提供了动力。</p>
<p>六、归纳总结 提升素养</p> <p>问题5: 通过本节课的学习，你有那些收获?</p>	<p>1. 教师提出问题5</p> <p>2. 学生思考回答</p> <p>3. 教师根据学生回答情况补充完善</p>	<p>回顾和总结本节课的主要内容，优化重组认识结构，并鼓励学生养成多总结，多反思的好习惯。</p>
<p>七、作业布置 课后提升</p> <p>必做: 课本p34 习题3-3B3,5</p> <p>选做: 课本p34 习题3-3B7</p> <p>研究性作业:</p> <p>求$(x^2 + x + y)^5$的展开式中x^5y^2的系数.</p>	<p>1. 教师布置作业 PPT同步显示</p>	<p>进一步巩固新知，加强解决问题的能力；研究性作业的设计可以提高学生独立思考、自主探究的能力，满足学有余力的同学需要，同时为后续学习做铺垫，为学有余力的学生留有进一步探索、发展的空间.</p>

九、教学资源整合与运用说明：

在资源整合与运用方面，本概念教学设计有以下5大创新之处：

创新之一：巧妙创设课题情境

建构主义认为：活动是第一位的，在做数学中学数学。因此，我设置了摸球活动来导入新课，从而激发学生的学习兴趣，让学生体会到数学来源于生活实际，为学生架起一条“从生活走向知识”的桥梁，帮助学生从特殊到一般、从感性认识到抽象思维过渡。

创新之二：优化课堂教学方法

坚持以学生为主体，学生思维为主线，让学生经历积极思考、解决问题、类比联想、归纳猜想、推理证明、定理应用等过程，体现了学生学习的主体性，有利于学生养成自主探究、主动发展的学习习惯，注重“四基”数学课程目标，落实学生数学核心素养的培养。

创新之三：创新板书设计

在板书设计中，将三种情形摸球结果与结果的种数按三角形形状板书，借助几何直观，利用图形理解二项式定理的特征，为二项式定理的猜想与证明奠定了方法基础，培养学生创新思维与“直观想象”核心素养。

创新之四：渗透数学思想方法

J.S 布鲁纳指出：领会基本数学思想方法是通向迁移大道的“光明之路”。因此，我将多种数学思想贯穿于本设计中的各个环节。比如教师在由摸球问题引入到课题的设计上，渗透了类比思想；在由观察 $(a+b)^2, (a+b)^3$ 展开式引导猜想 $(a+b)^n$ 展开式的设计中，渗透了由特殊到一般的数学思想。

创新之五：培养学生人文素养

新课标指出，“高中数学课程提倡体现数学的文化价值”，因此，我适时挖掘教材中的人文教育因素。比如在追溯二项式定理发现、证明的历史，介绍中国古代数学史的设计上，激发学生的学习欲望的同时培养学生的科学人文精神和理性探究精神，达到“挖掘潜能、完善人格”的目的需求。同时，适时对学生进行爱国主义教育。