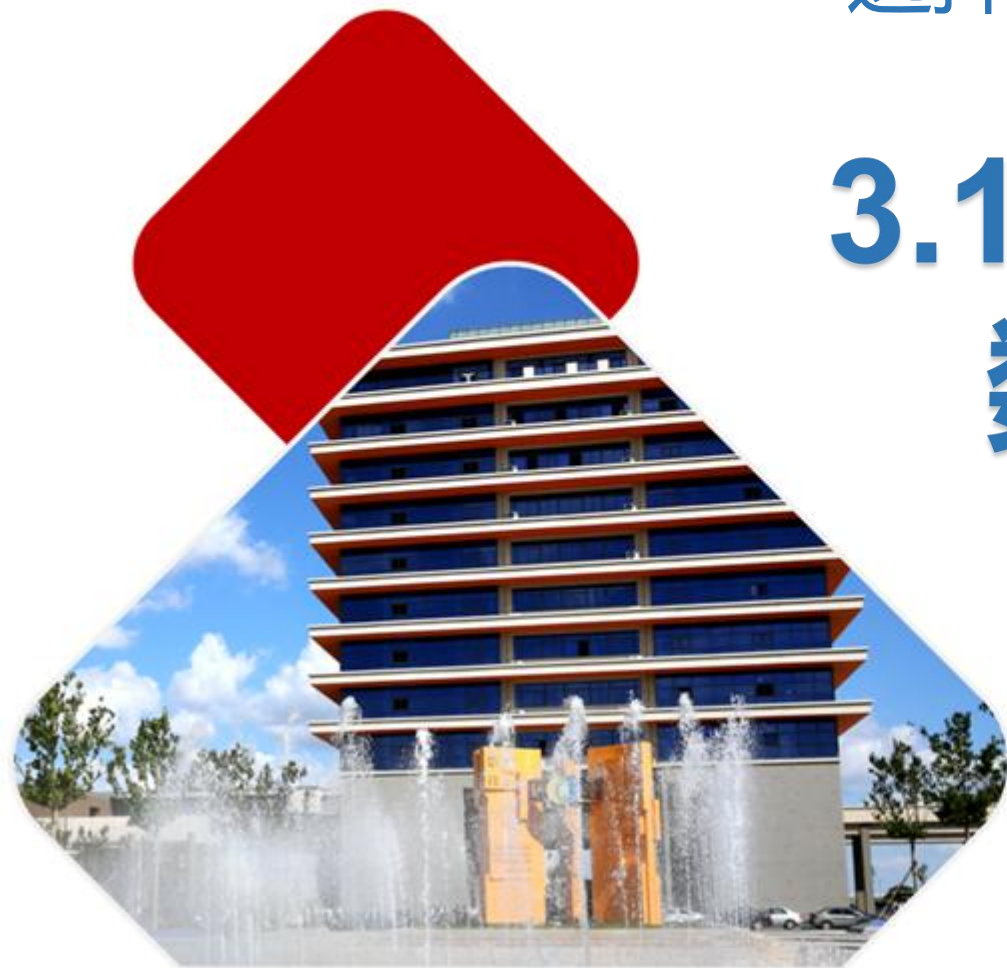




东营市第一中学

选择性必修第二册

3.1.1 基本计数原理





东营市第一中学

情

境

导

学



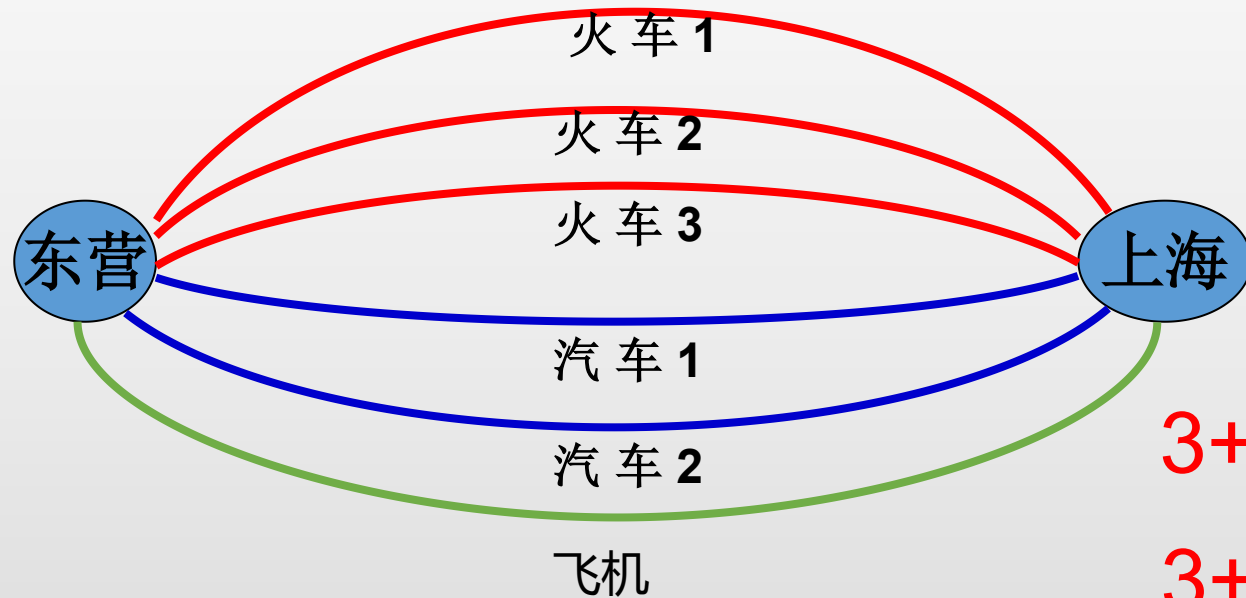
东营市第一中学



问题：5个家庭从5家农户里各选一家入住，一共有多少
计数问题：计算完成一件事的方法数的问题



问题1 从东营到上海，可以乘火车，也可以乘汽车。一天中，火车有3班，汽车有2班。那么一天中，乘坐这些交通工具从东营到上海共有多少种不同的走法？



$$3+2=5 \text{ (种)}$$

$$3+2+1=6 \text{ (种)}$$



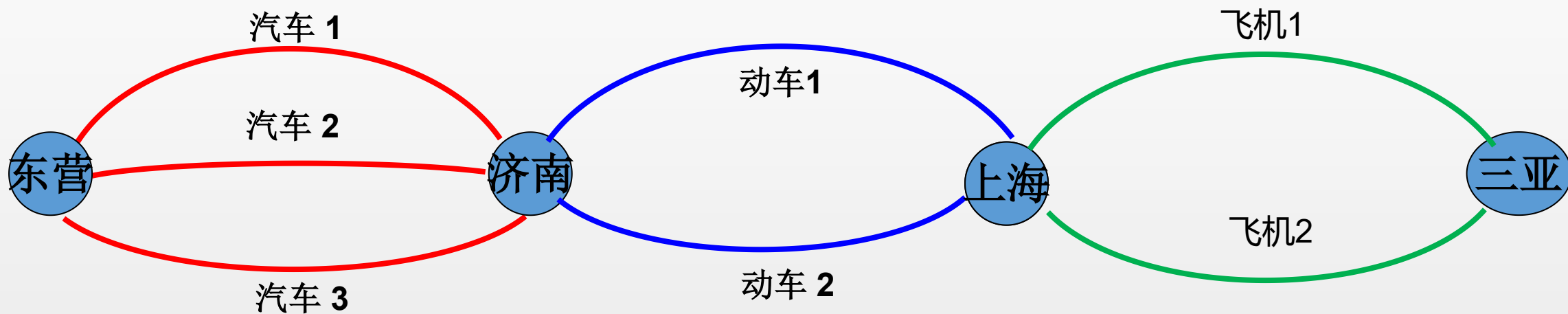
□ 新知初探 □

1. 分类加法计数原理

完成一件事，如果有 n 类办法 且：第一类办法中有 m_1 种不同的方法，第二类办法中有 m_2 种不同的方法……第 n 类办法中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N = \underline{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$ 种不同的方法.



问题2 从东营到上海，要从东营先乘汽车到济南，再于次日从济南乘动车到上海。一天中，汽车有3班，动车有2班，那么两天中，从东营到上海共有多少种不同的走法？



$$3 \times 2 = 6 \text{ (种)}$$

$$3 \times 2 \times 2 = 12 \text{ (种)}$$



2. 分步乘法计数原理

完成一件事，如果需要分成 n 个步骤，且：做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法……做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N = \underline{m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n}$ 种不同的方法.



自我尝试

1. 判断(对的打“√”，错的打“×”)

(1)在分类加法计数原理中，两类不同方案中的方法可以相同。(×)

(2)在分类加法计数原理中，每类方案中的方法都能完成这件事。(√)

(3)在分步乘法计数原理中，每个步骤中完成这个步骤的方法是各不相同的。(√)

(4)在分步乘法计数原理中，事情若是分两步完成的，那么其中任何一个单独的步骤都不能完成这件事，只有两个步骤都完成后，这件事情才算完成。(√)



2. (教材 P₄ 尝试与发现改编)从 A 地到 B 地, 可乘汽车、火车、轮船三种交通工具, 如果一天内汽车发 3 次, 火车发 4 次, 轮船发 2 次, 那么一天内乘坐这三种交通工具的不同走法数为()

A. $1+1+1=3$

B. $3+4+2=9$

C. $3\times 4\times 2=24$

D. 以上都不对

B [分三类: 第一类, 乘汽车, 从 3 次中选 1 次有 3 种走法; 第二类, 乘火车, 从 4 次中选 1 次有 4 种走法; 第三类, 乘轮船, 从 2 次中选 1 次有 2 种走法. 所以, 共有 $3+4+2=9$ 种不同的走法.]



3. 已知 $x \in \{2, 3, 7\}$, $y \in \{-1, -2, 4\}$, 则 (x, y) 可表示不同的点的个数是()

A. 1

B. 3

C. 6

D. 9

D [这件事可分为两步完成：第一步，在集合 $\{2, 3, 7\}$ 中任取一个值 x 有 3 种方法；第二步，在集合 $\{-1, -2, 4\}$ 中任取一个值 y 有 3 种方法. 根据分步乘法计数原理知，有 $3 \times 3 = 9$ 个不同的点.]



	分类加法计数原理	分步乘法计数原理
相同点	用来计算 完成一件事 的方法种数	
不同点	分类、相加	分步、相乘
	每类 方案中的每一种方法都能 独立 完成这件事	每步 依次完成才算完成这件事情（每步中的每一种方法 不能独立 完成这件事）
口诀	类类独立 不重不漏	步步相依 缺一不可



合

作

探

究



类型1 组数问题

【例1】 (教材 P₆ 例2 改编)用 0,1,2,3,4,5 可以组成多少个无重复数字的: (1) 银行存折的四位密码

解: 分步解决.

第一步: 选取左边第一个位置上的数字, 有6种选取方法;

第二步: 选取左边第二个位置上的数字, 有5种选取方法;

第三步: 选取左边第三个位置上的数字, 有4种选取方法;

第四步: 选取左边第四个位置上的数字, 有3种选取方法.

由分步乘法计数原理知, 可组成不同的四位密码共有

$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (个).



(2) 四位整数

解：分步解决。

第一步：首位数字有5种选取方法；

第二步：百位数字有5种选取方法；

第三步：十位数字有4种选取方法；

第四步：个位数字有3种选取方法。

由分步乘法计数原理知，可组成四位整数有
 $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ (个)。



类型2

抽取问题

【例2】 现有5幅不同的国画，2幅不同的油画，7幅不同的水彩画。

(1) 从中任选一幅画布置房间，有几种不同的选法？

$$5+2+7=14 \text{ (种)}$$

(2) 从这些国画、油画、水彩画中各选一幅布置房间，有几种不同的选法？

$$5 \times 2 \times 7 = 70 \text{ (种)}$$

(3) 从这些画中选出两幅不同种类的画布置房间，有几种不同的选法？



解：分为三类：

第一类是一幅选自国画，一幅选自油画，由分步乘法计数原理知，有 $5 \times 2 = 10$ (种)不同的选法；

第二类是一幅选自国画，一幅选自水彩画，有 $5 \times 7 = 35$ (种)不同的选法；

第三类是一幅选自油画，一幅选自水彩画，有 $2 \times 7 = 14$ (种)不同的选法。

所以共有 $10 + 35 + 14 = 59$ (种)不同的选法。

注：混合问题先分类再分步

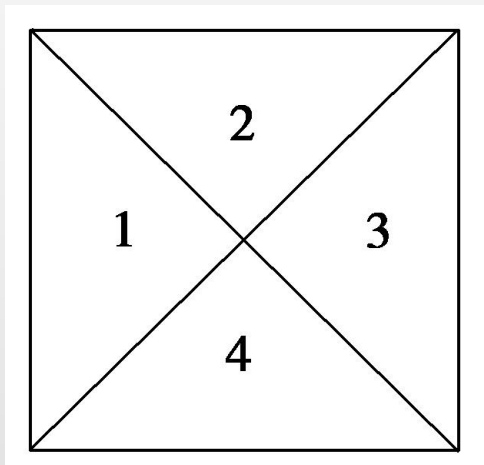


类型3

涂色问题

如图有4个编号为1、2、3、4的小三角形，要在每一个小三角形中涂上红、黄、蓝、白、黑五种颜色中的一种，并且相邻的小三角形颜色不同，共有多少种不同的涂色方法？

260种





可以选同一间呢?
5⁵种

问题：5个家庭从5家农户里各选一家入住（不可以选同一间），一共有多少种不同的入住方式？

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (种)}$$



东营市第一中学

课 堂 小 结

必备素养

使用两个原理解题的本质

分类



将问题分成互相排斥的几类，逐类解决



分类加法
计数原理

分步



把问题分化为几个互相关联的步骤，逐步解决



分步乘法计数原理



学以致用

1. 某校开设 A 类选修课 3 门, B 类选修课 4 门, 若要求从两类课程中选一门, 则不同的选法共有()

A. 3 种

B. 4 种

C. 7 种

D. 12 种

C [选择课程的方法有 2 类: 从 A 类课程中选一门有 3 种不同方法, 从 B 类课程中选 1 门有 4 种不同方法, \therefore 共有不同选法 $3+4=7$ 种.]



2. 现有 4 件不同款式上衣和 3 条不同颜色的长裤，如果一条长裤与一件上衣配成一套，则不同的配法种数为()

A. 7

B. 12

C. 64

D. 81

B [先从 4 件上衣中任取一件共 4 种选法，再从 3 条长裤中任选一条共 3 种选法，由分步乘法计数原理，上衣与长裤配成一套共 $4 \times 3 = 12$ (种)不同配法. 故选 B.]



3. 某学生去书店，发现 2 本好书，决定至少买其中一本，则购买方式共有()

A. 1 种

B. 2 种

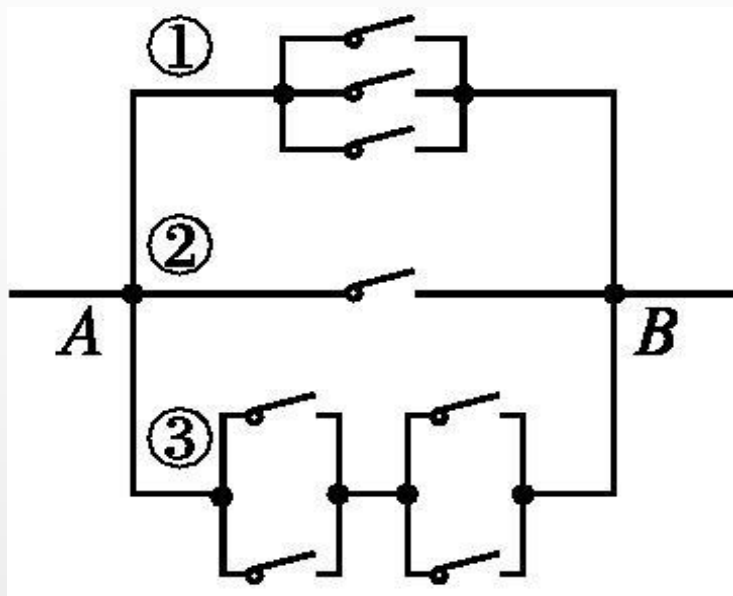
C. 3 种

D. 4 种

C [分两类：买 1 本或买 2 本书，各类购买方式依次有 2 种、1 种，故购买方式共有 $2+1=3$ 种。故选 C.]



4. 如图所示的电路图, 从A到B共有_____条不同的线路可通电.



解析: 先分三类. 第一类, 经过支路①有3种方法; 第二类, 经过支路②有1种方法; 第三类, 经过支路③有 $2 \times 2 = 4$ 种方法, 所以总的线路条数 $N = 3 + 1 + 4 = 8$.

答案: 8



课

后

作

业

1、练习A①③

2、练习B②③



东营市第一中学

感

谢

聆

听