

《普通高中教科书人教 B 版数学必修三  
第七章三角函数》

《7.3.5 已知三角函数值求角》

——利用信息技术探究已知三角函数值求角



# 教学设计

黄海龙

## 7.3.5 已知三角函数值求角

### 一、教材分析：

本节内容是在学习三角函数的概念、图象、性质及反函数概念的基础上进一步研究的内容，目的是让学生掌握“给出三角函数值会求角”及会用符号  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$  表示角. 另外本节内容蕴含了许多重要的数学思想方法，如：数形结合思想、类比思想、从特殊到一般、整体代换等. 因此，教学时应重视体现数学的思想方法及价值.

### 二、教学目标：

#### 知识目标：

1. 掌握已知三角函数值（值的范围）求角（角的范围）的方法并会用符号  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\arctan x$  表示角；
2. 会利用 GeoGebra 软件、Excel、科学计算器求角并进行相关计算.

#### 核心素养：

1. 通过情境引入，培养数学抽象素养、数学建模素养.
2. 通过已知三角函数值求角，提升逻辑推理、数学运算素养.

### 三、教学设计：

1. 精讲已知正弦值求角作为学习突破口；
2. 将余弦、正切的情况作类比让学生小组讨论，独立认知学习；
3. 在练习——讨论中深化、巩固知识，培养能力；
4. 在反思交流中，总结知识，品味学习方法.

### 四、教学策略分析：

本节课的教学目标与教学问题为我们选择教学策略提供了启示.

在教学设计中，采取问题引导方式来组织课堂教学. 问题的设置给学生留有充分的思考空间，让学生围绕问题主线，通过自主探究达到突出教学重点，突破教学难点.

在教学过程中，让学生体会利用单位圆三角函数线和三角函数图像找到对应的角的过程，经历从数到形，再从形到数的过程，培养学生数形结合的思维习惯. 因此，本节课的教学是实施数学具体内容的教学与核心素养教学有机结合的尝试.

基于上述分析，设置了本节课的**重难点**：

**教学重点**：会利用单位圆三角函数线、三角函数图像求对应的角(或角的范围)。

**教学难点**：

1. 正确利用单位圆三角函数线求对应满足条件的角；
2. 会用符号  $\arcsin x, \arcsin y, \arctan x$  表示角。

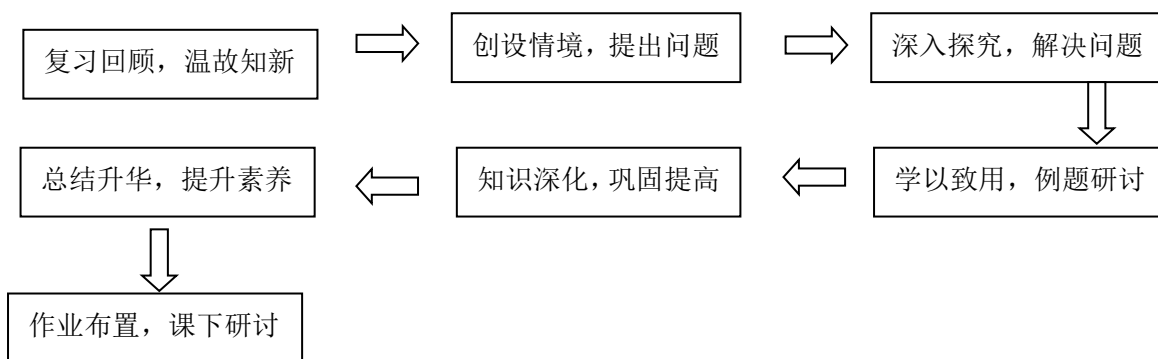
**重点与难点分析**：

**教学重点**是已知三角函数值求角，在实际生活中应用比较广泛，是三角函数中重要的一项，经常与其它知识中和运用.在三角函数实际计算和应用中共两类，一类问题是已知角求这个角的三角函数值，另一类问题是已知三角函数值求角，其实质是研究三角函数的反函数的问题，由角确定三角函数的值和由三角函数的值确定角，是两个相反的过程.

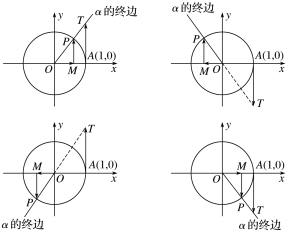
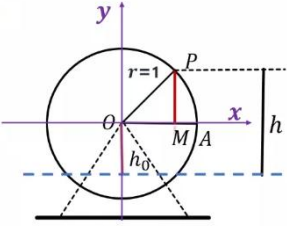
**教学难点**：一根据角的取值范围确定已知三角函数值的角，在给定的范围内函数值相同可能对应多个不同的角，学生求解时容易遗漏角，注意讲清分析的过程和思路；二是对反正弦、反余弦、反正切概念的理解及其符号的正确认识，概念的产生、概念中各数的范围限制等知识学生理解比较困难，可以将概念分解讲解、讲清；三是用符号  $\arcsin x, \arccos x, \arctan x$  表示所求的角和角的集合，学生刚开始对符号理解和使用都有困难，通过适当的题目由简到难逐层深入，

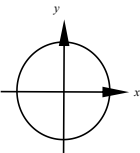
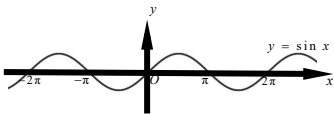
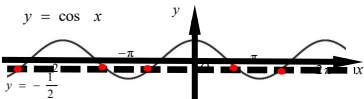
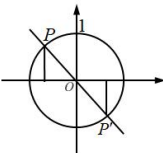
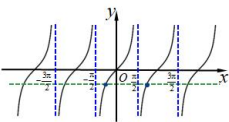
**教学准备**：GeoGebra 软件、Excel 表格、科学计算器、水车视频、教学课件.

**教学流程**：



五、教学过程

教学环节	问题或任务	师生活动	设计意图
<p>复习回顾</p> <p>温故知新</p>	<p><b>【知识回顾】</b></p> <p><b>1. 任意角的三角函数</b> 任意角的三角函数的定义：设 <math>P(x, y)</math> 是角 <math>\alpha</math> 终边上异于原点的任意一点，其到原点 <math>O</math> 的距离为 <math>r = \sqrt{x^2 + y^2}</math>，则 <math>\sin \alpha = \frac{y}{r}</math>，<math>\cos \alpha = \frac{x}{r}</math>，<math>\tan \alpha = \frac{y}{x} (x \neq 0)</math>。</p> <p><b>2. 三角函数线</b></p>  <p>角 <math>\alpha</math> 的终边与单位圆交于点 <math>P</math>，过 <math>P</math> 作 <math>PM \perp x</math> 轴，<math>M</math> 为垂足，点 <math>A(1, 0)</math>，直线 <math>x=1</math> 与角 <math>\alpha</math> 终边所在直线交于点 <math>T</math>，如图，则角 <math>\alpha</math> 的正弦线为 <math>PM</math>，余弦线为 <math>OM</math>，正切线为 <math>MT</math>。</p>	<p><b>教师 1：问题：</b>已知任意一个角（角在三角函数定义域内），可以求出它的三角函数值；反过来，已知一个三角函数值，可以求出与它对应的角吗？</p> <p><b>教师 2：知识回顾：</b>任意角的三角函数定义、三角函数线？</p> <p><b>学生 1：</b>回忆、思考、口答。</p>	<p>通过提出问题、复习回顾，激活作为本节课逻辑起点的基础知识；通过对三角函数本质的揭示，初步明确本节课的研究内容。</p>
<p>创设情境</p> <p>提出问题</p>	<p><b>【情境引入】</b></p> <p>筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具，明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理。因其经济又环保，至今还在农业生产中得到使用。假定在水流量稳定的情况下，筒车上的每一个盛水筒都做匀速圆周运动。</p> <p>为方便研究，我们构建出筒车的数学模型并给出以下条件：筒车转轮的中心 <math>O</math> 到水面的距离 <math>h_0</math>，筒车的半径 <math>r=1</math>，逆时针方向匀速转动，转动一周需要 360 秒。（这里的角速度多少？即一秒转动多少度？）从初始位置点 <math>A</math> 出发（圆周与 <math>x</math> 轴正半轴的交点）。</p> <p>(1) 求经过时间 <math>x</math> 秒后，点 <math>P</math> 相对于水面的高度 <math>h</math> 的表达式。</p> <p>(2) 假设 <math>h_0 = 0</math>，求经过多少秒后 <math>P</math> 点的高度恰好等于 <math>\frac{1}{2}</math>，何时 <math>\geq \frac{1}{2}</math> 呢？</p>  <p>图1</p>	<p><b>教师 3：</b>视频播放筒车工作原理</p> <p><b>学生 2：</b>小组讨论、自主探究，归纳总结。</p> <p><b>教师 4：</b>成果分析，归纳总结高度 <math>h</math> 的表达式。</p>	<p>融知识探究与情境引入，明确本节研究内容。激发学生主动探究的意识，引导学生主动参与探究活动，培养学生数学抽象、数据分析、逻辑推理的能力。</p>

<p>深入探究</p> <p>解决问题</p>	<p><b>【尝试与发现】</b></p> <p>尝试与发现:</p> <p>(1) 已知 <math>\sin x = \frac{1}{2}</math>, 求 <math>x</math>;</p> <p>(2) 已知 <math>\sin x \geq \frac{1}{2}</math>, 求 <math>x</math> 的取值范围.</p> <p>视角一: 单位圆三角函数线</p>  <p>视角二: 三角函数图像与性质</p> 	<p><b>学生 3:</b> 小组讨论, 合作交流, 动手画图, 得出结果.</p> <p><b>教师 5:</b> 教师引导学生在探究过程中<b>阐明</b>以下<b>事实</b>:</p> <p>1. 已知正弦值求求角(范围)有两种方法: 借助单位圆三角函数线或者三角函数图像解决;</p> <p>2. 经历由数到形再到数的一种思维过程.</p> <p><b>学生 4: 成果展现,</b> 自主归纳总结解题步骤.</p>	<p>借助尝试与发现两个问题引导学生归纳总结求解方法, 规范解题步骤, 培养学生数形结合的思维习惯, 借助图像使得理解更为形象直观. 发展学生数学抽象、逻辑推理核心素养.</p>
<p>学以致用</p>	<p><b>【例 1】</b></p> <p>例 1 (课本 58 页例 1)</p> <p>已知 <math>\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}</math>, 求 <math>x</math>.</p> <p>思考: 我们可以采用哪些方法求 <math>x</math> 值?</p> <p>变式: 若 <math>\cos(2x + \frac{\pi}{3}) \geq -\frac{1}{2}</math>, 求角 <math>x</math> 的取值范围.</p> 	<p><b>学生 5: 学生板演</b></p> <p><b>例 1:</b> 类比研究已知正弦值求角(范围)的过程, 学生自主求解已知余弦值求角(范围)的过程;</p> <p><b>教师 6: 成果分析.</b> 强调书写的逻辑性和规范性;</p>	<p>学生自行尝试解决“已知余弦值、正切值求角(范围)”的问题, 并类比已有知识和方法, 将解题过程程序化, 发展学生的思维能力.</p>
<p>例题研讨</p>	<p><b>【例 2】</b></p> <p>例 2 (课本 58 页例 2)</p> <p>已知 <math>\tan x = -1, x \in (3\pi, 5\pi)</math>, 求角 <math>x</math></p> <p>变式:</p> <p>若 <math>\tan x = -1</math>, 则 <math>x</math> 的取值范围为 .</p> <p>若 <math>\tan x &gt; -1</math>, 则 <math>x</math> 的取值范围为 ?</p>  	<p><b>学生 6:</b> 学生思考并自行解答解答例 2.</p> <p><b>教师 7:</b> 教师<b>投影展示</b>, 进一步强调书写的<b>逻辑性和规范性</b>;</p>	

知识深化

**【知识深化】**

**已知正弦值，求角：**

对于正弦函数  $y = \sin x$ ，如果已知函数值  $y (y \in [-1, 1])$ ，那么在 \_\_\_\_\_ 上有唯一的  $x$  值和它对应，记为  $x =$

(其中  $-1 \leq y \leq 1$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ )

**说明：** 1、 $x = \arcsin y$  是一个**函数**；

2、 $x = \arcsin y$  的**几何意义**是 \_\_\_\_\_ ；

**小试牛刀：** 在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上计算：

$\arcsin 0 =$  \_\_\_\_\_ ;  $\arcsin \frac{1}{2} =$  \_\_\_\_\_ ;

$\arcsin (-\frac{\sqrt{3}}{2}) =$  \_\_\_\_\_ ;  $\arcsin 1 =$  \_\_\_\_\_ ;

**概念：**

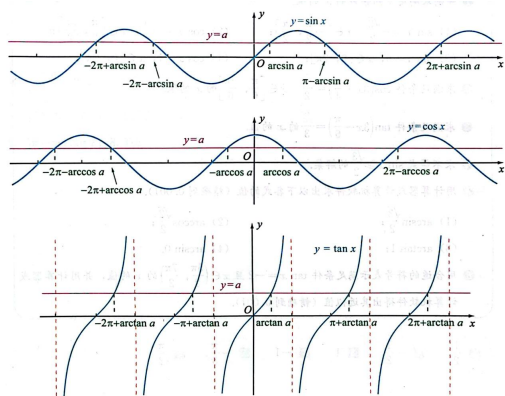
概念：

对于任意给定一个  $y \in [-1, 1]$ ，当  $\sin x = y$  且  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  时，这个  $x$  记作  $\arcsin y$ ，通常记作  $x = \arcsin y$ 。

在区间  $[0, \pi]$  内，满足  $\cos x = y (-1 \leq y \leq 1)$  的  $x$  只有一个，这个  $x$  记作  $\arccos y$ ，即  $x = \arccos y$ 。

在区间  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  内，满足  $\tan x = y (y \in R)$  的  $x$  只有一个，这个  $x$  记作  $\arctan y$ ，即  $x = \arctan y$ 。

**图像：**



**动手操作：**

1.(1)已知  $\cos x = 0.8$ ,  $x \in [0, 2\pi)$ , 求  $x$ ;

(2)已知  $\cos x = -\frac{1}{3}$ , 求  $x$  的取值集合;

(3)已知  $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $x \in [0, 2\pi)$ , 求  $x$ ;

(4)已知  $\tan x = 1.23$ , 求  $x$  的取值集合.

**思考讨论：**

2.已知  $\sin x = a (-1 \leq a \leq 1)$ , 如何求  $x$ ?

**学生 7：** 学生阅读课本自行完成；

**教师 8：成果分析。** 引导学生回顾反函数的定义, 归纳总结, 形成结论；

**学生 8：** 学生思考并口答小试牛刀；

**教师 9：** 教师投影展示, 借助 GeoGebra 软件求解已知非特殊角的三角函数值求角；

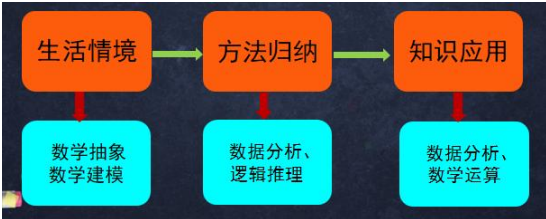
**学生 9：** 学生分小组借助科学计算器、Excel 求解；

**学生 10：** 学生分小组合作探究思考讨论；

**教师 10：成果分析。** 类比已知特殊角三角函数值求角过程, 从特殊到一般, 归纳总结, 形成结论.

通过信息技术软件的引入, 引起学生的好奇心并激发其参与课堂学习的热情, 培养独立动手操作的技能, 实现认识上的又一次飞跃. 发展学生数据分析、逻辑推理数学素养.

巩固提高

<p>总结升华</p> <p>提升素养</p>	<p>1. 知识: 已知三角函数值求角</p> <p>依据:(1)单位圆三角函数线,(2)三角函数图像;</p> <p>步骤:(1)一个周期内,(2)定义域内.</p> <p>2.思想方法: 数形结合、特殊到一般、类比归纳、整体代换等.</p> <p>3.核心素养</p> 	<p>教师 11: 结合所学知识和知识的探究过程谈谈本节课你有什么收获?</p> <p>学生 11: 学生总结.</p> <p>教师 12: 教师补充说明, 引导学生从知识、方法、思想、核心素养四个方面进行总结.</p>	<p>通过总结, 培养学生数学交流和表达的能力, 养成及时总结的良好习惯, 经历知识的探究过程, 体会类比与数形结合的数学思想, 并将所学知识纳入已有的认知结构.</p>																				
<p>作业布置</p> <p>课下研讨</p>	<p>必做:</p> <p>教材 P61 练习 A 组 2,3,5;B 组 2,4,5</p> <p>选做:</p> <p>1.教材 64 页 数学建模活动</p> <p>以下周期性现象与知识可供参考.</p> <p>1. 海水受月日的引力, 在一定的时候发生涨落的现象叫潮汐. 一般早潮叫潮, 晚潮叫汐. 在通常情况下, 船在涨潮时驶进航道, 靠近船坞; 卸货后落潮时返回海洋. 下面是某港口在某季节每天的时间与水深值 (单位: m) 记录表.</p> <table border="1" data-bbox="300 1160 724 1205"> <tr> <td>时刻</td> <td>0:00</td> <td>3:00</td> <td>6:00</td> <td>9:00</td> <td>12:00</td> <td>15:00</td> <td>18:00</td> <td>21:00</td> <td>24:00</td> </tr> <tr> <td>水深值</td> <td>5.0</td> <td>7.5</td> <td>5.0</td> <td>2.5</td> <td>5.0</td> <td>7.5</td> <td>5.0</td> <td>2.5</td> <td>5.0</td> </tr> </table> <p>(1) 选用一个三角函数来近似地描述这个港口的水深值与时间的函数关系, 给出整点时水深的近似数值;</p> <p>(2) 一条货船的吃水深度 (船底与水面的距离) 为 4 m, 安全条例规定至少要有 1.5 m 的安全间隙 (船底与海底的距离), 该船何时能进入港口? 在港口能停多久?</p> <p>(3) 某船的吃水深度为 4 m, 安全间隙为 1.5 m, 该船在 2:00 开始卸货, 吃水深度以每小时 0.3 m 的速度减小, 那么该船在什么时间必须停止卸货, 将船驶向较深的水域?</p> <p>2.借助计算机软件画反三角函数的图像.</p>	时刻	0:00	3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00	24:00	水深值	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	<p>学生 12: 巩固提高.</p>	<p>数学来源于生活并应用于生活. 从生活实际出发, 借助学生已有生活实践经验, 感受数学的实用价值, 从而不断激发学生的学习兴趣.</p>
时刻	0:00	3:00	6:00	9:00	12:00	15:00	18:00	21:00	24:00														
水深值	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0	7.5	5.0	2.5	5.0														

## 六、板书设计

<p>7.3.5 已知三角函数值求角</p>	
<p>一、给值求角</p> <p>1、依据</p> <p>2、步骤</p> <p>二、反正弦函数</p> <p>1、<math>x=\arcsin y</math> 是一个函数;</p> <p>2、<math>x=\arcsin y</math> 的几何意义是一个角;</p>	<p>三、典例分析</p> <p>学生板演区域</p>

## 七、应用创新点

### 1. 问题引导

利用问题串引导学生对知识进行探究.

**尝试与发现**

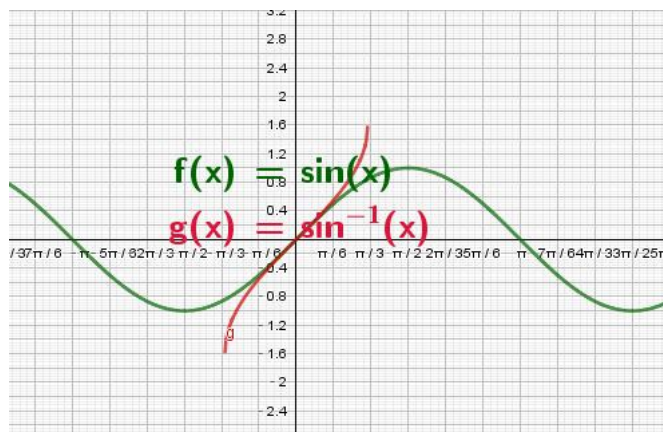
(1) 已知  $\sin x = \frac{1}{2}$ , 你能求出满足条件的角  $x$  吗?

(2) 已知  $\sin x \geq \frac{1}{2}$ , 你能求出  $x$  的取值范围吗?

**问题: 用哪些知识和方法能解决这个问题?**

### 2. 信息技术引入

利用投影和 GeoGebra 软件、Excel 表格、科学计算器动态演示, 求解非特殊值的角提高课堂效率的同时, 加深学生对概念的理解, 有效突破本节课难点.



	按键顺序	显示结果
$\sin x = \frac{1}{3}$	SHIFT sin ( 1 ÷ 3 ) =	19.471 220 63
$\cos x = 0.8$	SHIFT cos 0 . 8 =	36.869 897 65
$\tan x = 56.78$	SHIFT tan 5 6 . 7 8 =	88.991 020 49

### 3. 小组合作探究

重难点知识采用小组合作探究的方式, 学生学会合作的同时, 突破难点. 当堂展示, 提升学生表达能力.

