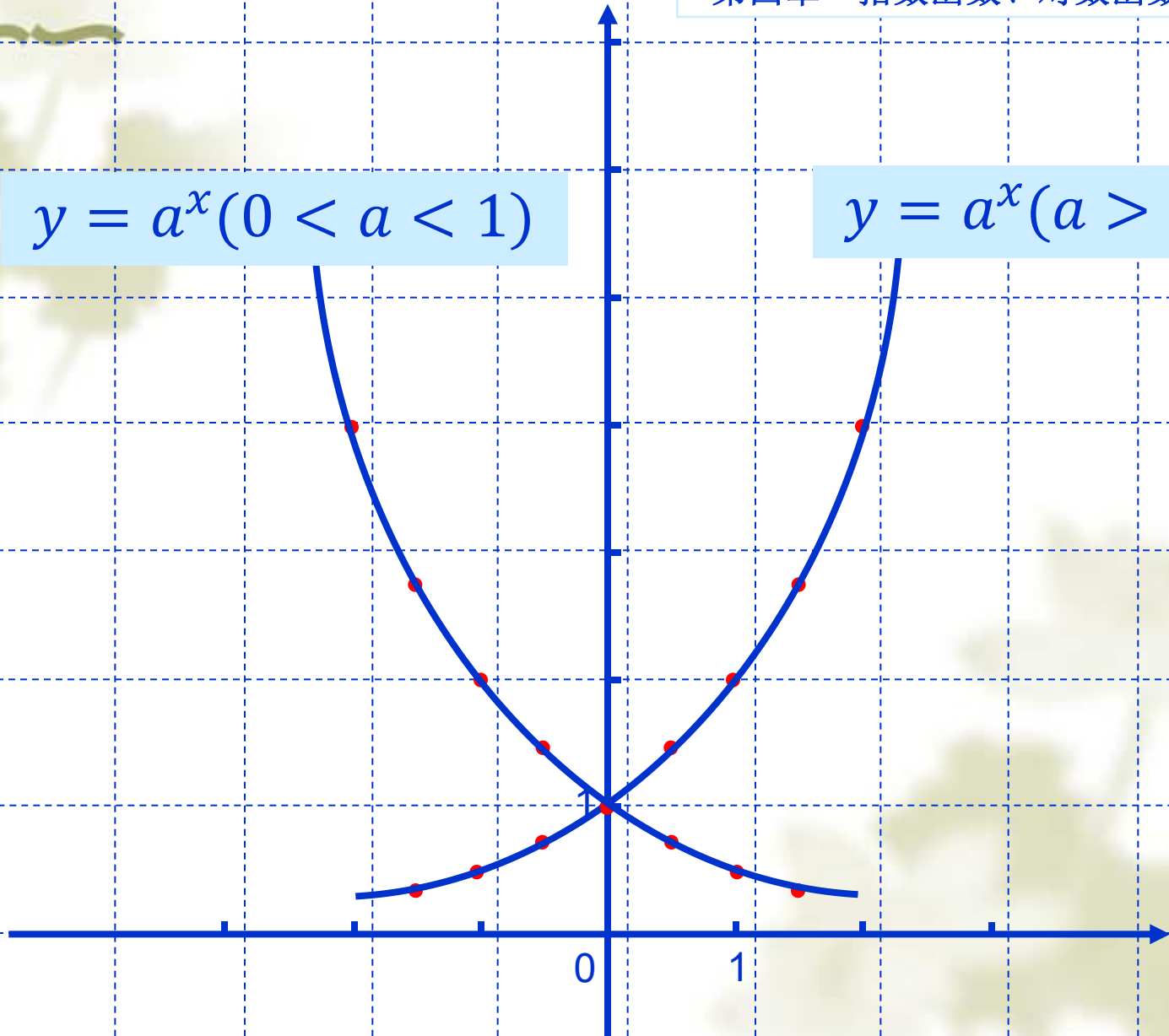
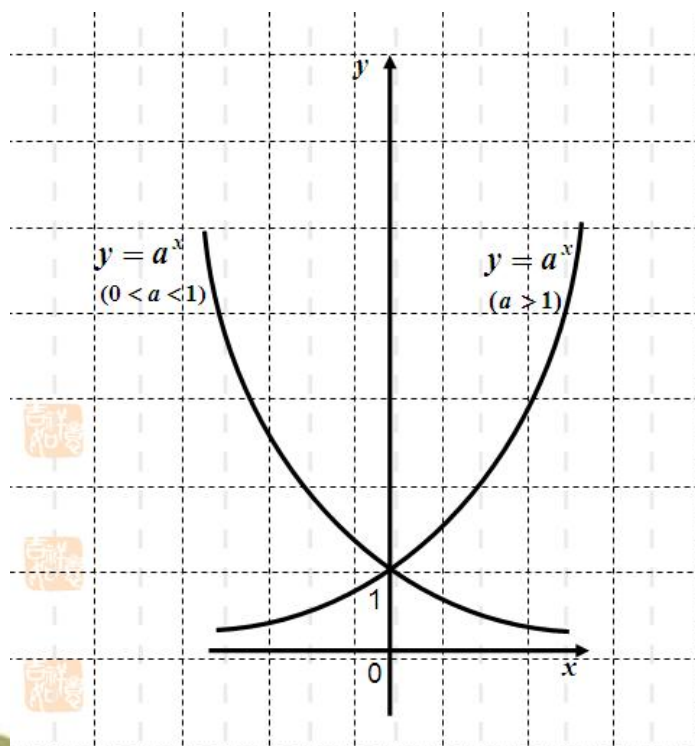


$$y = a^x (0 < a < 1)$$

$$y = a^x (a > 1)$$



## 4.1.2 指数函数的性质与图像



## 数学史节选

在笛卡尔之前，几何与代数是数学中两个不同的研究领域，笛卡尔指出几何学过于依赖图像，束缚了人的想象力，而代数学完全从属于法则和公式，不能成为一门改进智力的学科，于是提出把几何学与代数学结合起来，建立一种“真正的数学”。

在1637年笛卡尔引入了指数的概念，他给乘方设计了专门的记号系统，即指数函数。指数函数以及我们后面马上学习的对数函数的引入，对科学进步，特别是天文学做了很大的贡献，并且它持久的应用于测量、航海和其它应用数学的分支。



# 导学聚焦

| 考点         | 学习目标                     | 核心素养         |
|------------|--------------------------|--------------|
| 指数函数的概念    | 理解指数函数的概念,了解对底数的限制条件的合理性 | 数学抽象         |
| 指数函数的性质与图像 | 掌握指数函数的性质和图像             | 数学运算         |
| 指数函数性质应用   | 会应用指数函数的性质比较大小           | 逻辑推理<br>数学运算 |

# 情境与问题

## 【问题1】

考古学家经常利用碳14的含量来推断古生物死亡的大致时间。当有机体生存时，会持续不断地吸收碳14，从而其体内的碳14含量会保持在一定水平；但当有机体死亡后，就会停止吸收碳14，其体内的碳14含量就会逐渐减少，而且每经过大约5 730年后会变为原来的一半。



c14.mp4

# 情境与问题

假设某时刻有机体内碳14的含量为1, 则在自然条件下:

- (1) 5 730年后, 有机体内剩余碳14的含量为多少?
- (2)  $2 \times 5\,730$ 年后, 有机体内剩余碳14的含量为多少?
- (3)  $3 \times 5\,730$ 年后, 有机体内剩余碳14的含量为多少?
- (4)  $n \times 5\,730$ 年后, 有机体内剩余碳14的含量为多少? 为什么?

|         |    |        |               |       |                  |
|---------|----|--------|---------------|-------|------------------|
| 时间 $x$  | 今年 | 5730年后 | 2个5 730<br>年后 | ..... | $n$ 个5 730<br>年后 |
| 剩余量 $y$ | 1  |        |               |       |                  |

# 指数函数的定义

一般地，函数  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 叫做指数函数. 其中  $x$  是自变量，函数的定义域是  $R$ .

观察指数函数的特点：

$$y = 1 \cdot a^x$$

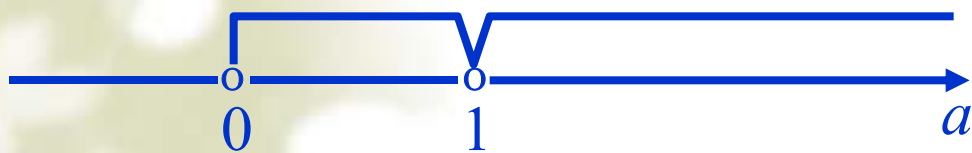
—— 经过化简后指数位置仅仅是  $x$ , 即自变量的系数为 1

函数的系数为 1

底数为正数且不为 1



# 为什么概念中明确规定 $a > 0$ 且 $a \neq 1$



当  $a < 0$  时， $a^x$  有些会没有意义，如  $(-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-3}$

当  $a = 0$  时， $a^x$  有些会没有意义，如  $0^{-2} = \frac{1}{0^2}$

当  $a = 1$  时， $a^x$  恒等于 1，没有研究的必要。

为了便于研究，规定：  $(a > 0, a \neq 1)$

# 练习

判断下列函数是否是指数函数

(1)  $y = 2^x$  ✓

(2)  $y = x^2$  ✗

(3)  $y = -2^x$  ✗

(4)  $y = (-2)^x$  ✗

(5)  $y = 2^{x+1}$  ✗

(6)  $y = 2^{-x}$  ✓

# 指数函数的图像和性质

1. 作出下列两组函数的 图象:

$$(1) y = 2^x \text{ 与 } y = 3^x$$

$$(2) y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ 与 } y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

画函数图象的步骤:

列表 → 描点 → 连线

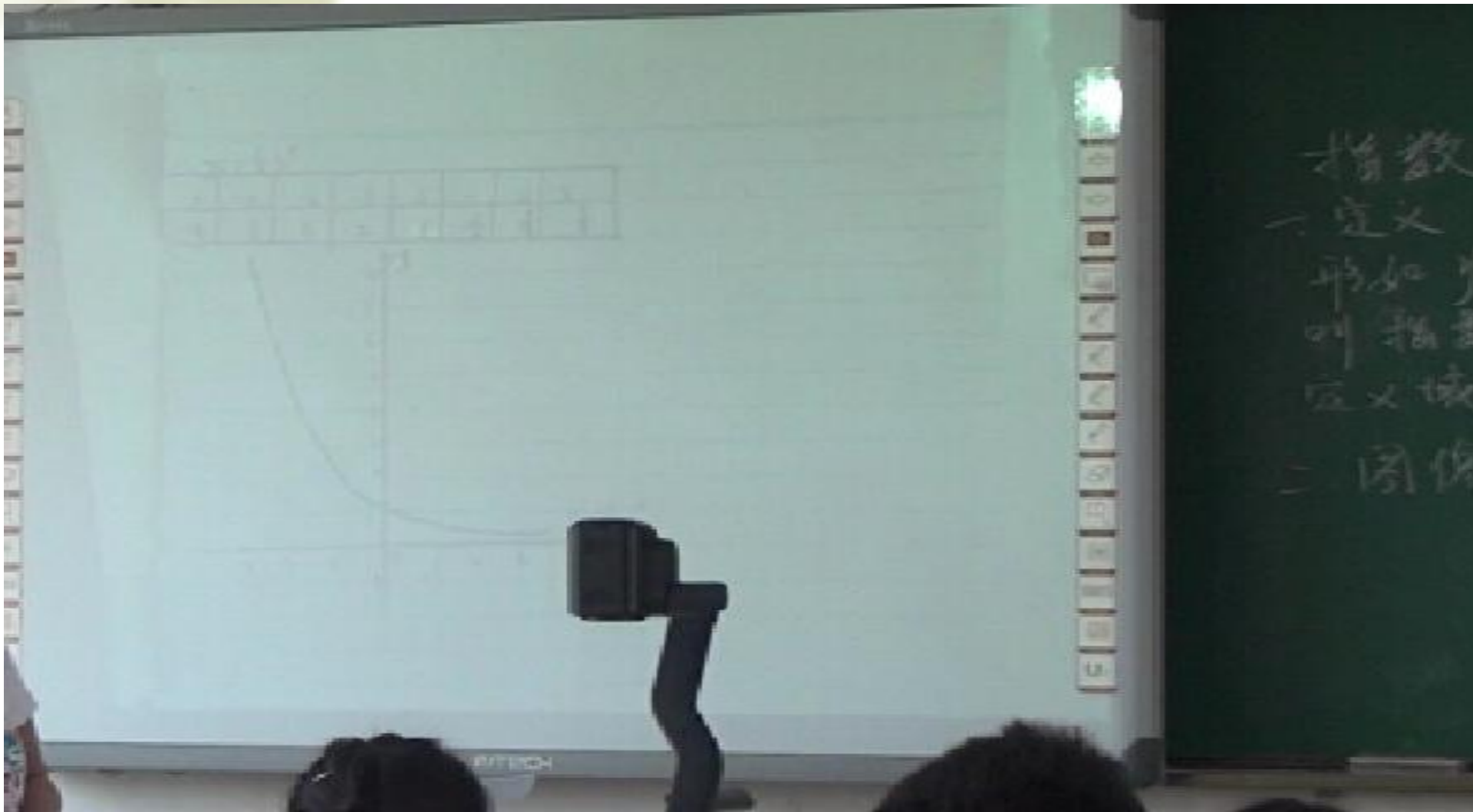
# 1.列表

| $x$                              | -2            | -1            | 0 | 1             | 2             |
|----------------------------------|---------------|---------------|---|---------------|---------------|
| $y = 2^x$                        | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2             | 4             |
| $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 4             | 2             | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $y = 3^x$                        | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 | 3             | 9             |
| $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ | 9             | 3             | 1 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{9}$ |

备注： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(2^{-1}\right)^{-2} = 2^2 = 4$

# 指数函数的图像和性质

小组合作 分享交流



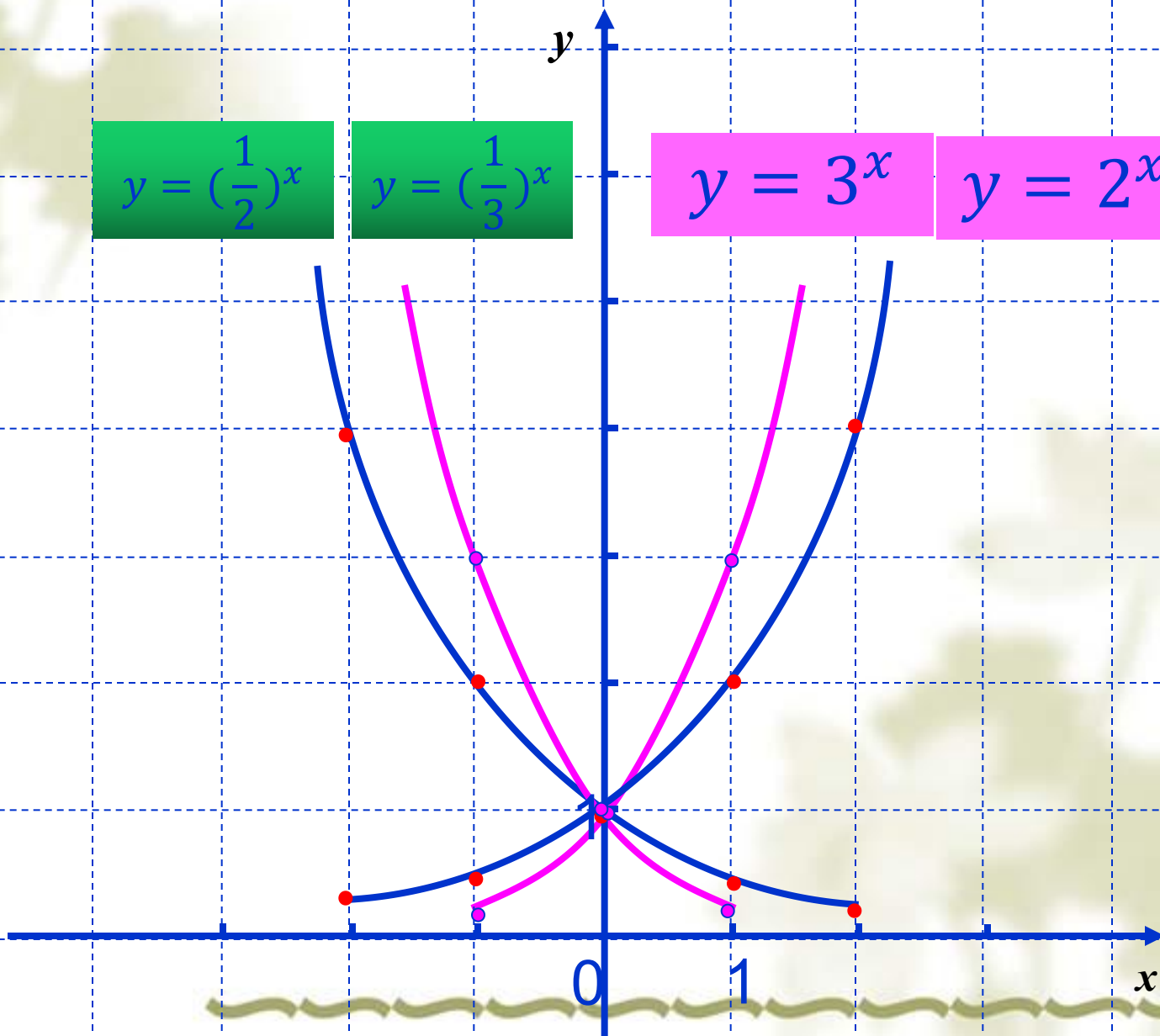
## 2.描点、连线

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

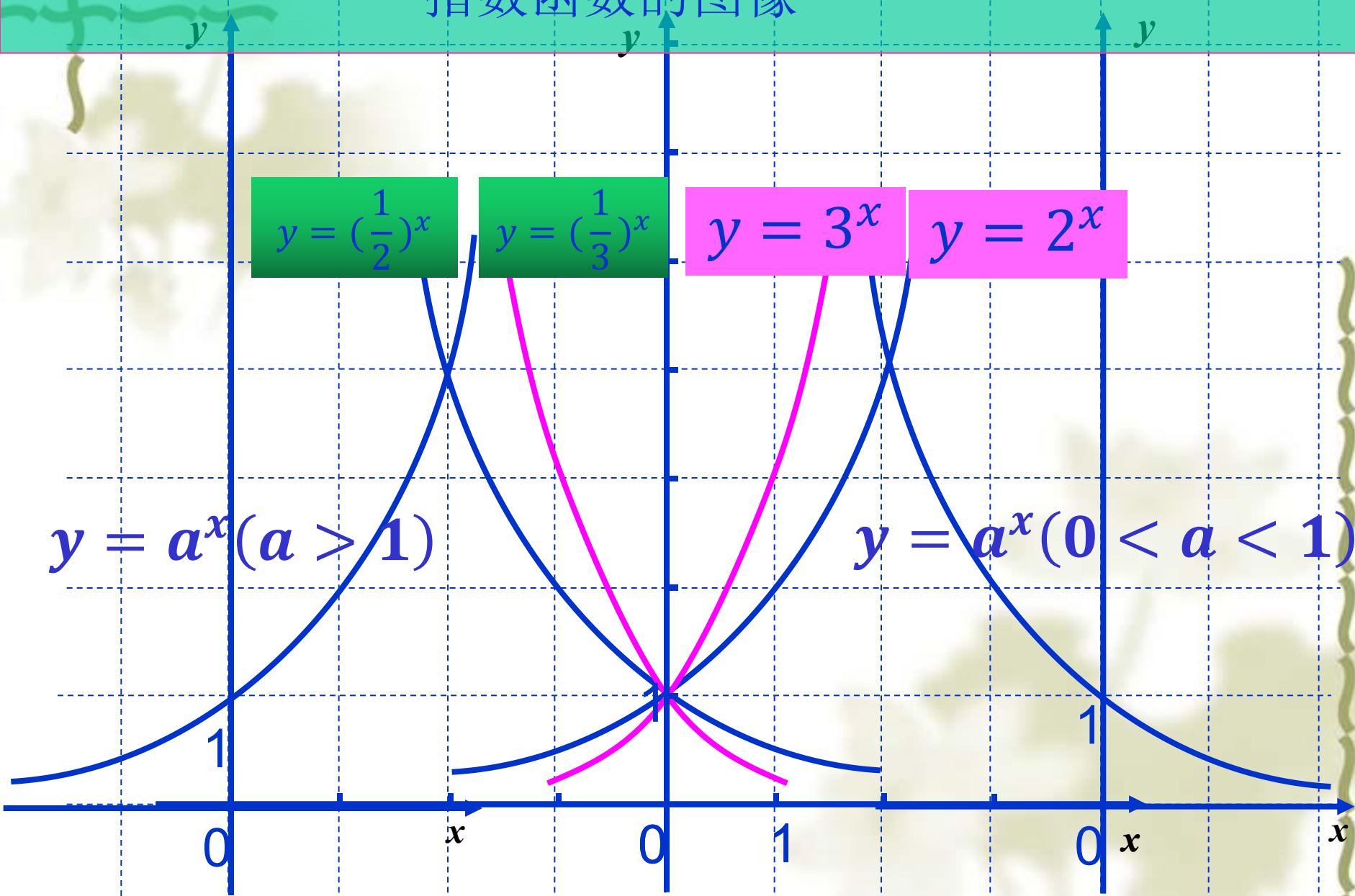
$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = 3^x$$

$$y = 2^x$$



# 指数函数的图像

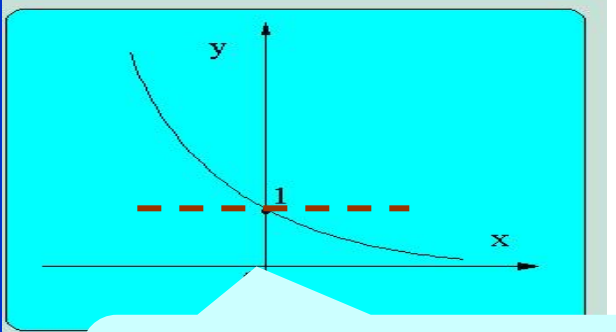
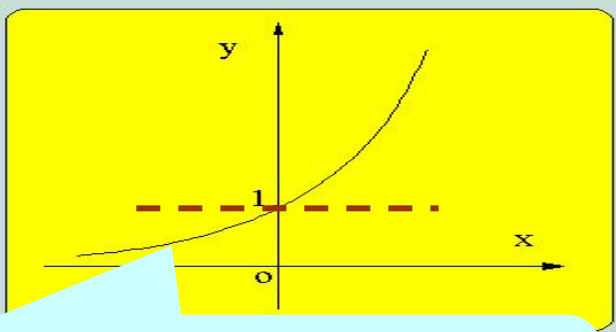


心中有图  
下笔有数

图  
象

$$y = a^x (a > 1)$$

$$y = a^x (0 < a < 1)$$



当  $x > 0$  时,  $y \in (1, +\infty)$   
当  $x < 0$  时,  $y \in (0, 1)$

当  $x < 0$  时,  $y \in (1, +\infty)$   
当  $x > 0$  时,  $y \in (0, 1)$

定义域

值域

定点

性质

单调性

在  $\mathbf{R}$  上是增函数

在  $\mathbf{R}$  上是减函数

$(0, +\infty)$

$(0, 1)$

# 指数函数性质口诀

左右无限上冲天，  
永与横轴不沾边。  
大 1 增，小 1 减，  
图象恒过  $(0, 1)$  点。

# 例题精析

例1. 利用指数函数的性质，比较下列各题中两个值的大小：

(1)  $0.8^{-0.1}$  与  $0.8^{-0.2}$

(2)  $2.5^a$  与  $2.5^{a+1}$

# 例题精析

解：（1）因为  $0.8^{-0.1}$  与  $0.8^{-0.2}$  都是以 0.8 为底的幂值，所以考查函数  $f(x) = 0.8^x$ ，由于这个函数在实数集  $\mathbb{R}$  上是减函数，又因为  $-0.1 > -0.2$ ，所以  $0.8^{-0.1} < 0.8^{-0.2}$ 。

（2）因为  $2.5^a$  与  $2.5^{a+1}$  都是以 2.5 为底的幂值，所以考查函数  $f(x) = 2.5^x$ ，由于这个函数在实数集  $\mathbb{R}$  上是增函数，又因为  $a < a + 1$ ，所以  $2.5^a < 2.5^{a+1}$ 。

## 例题精析

例2. 已知实数  $a, b$  满足  $\left(\frac{3}{7}\right)^a > \left(\frac{3}{7}\right)^b$ , 试判断  $6^a$  与  $6^b$  的大小.

解: 因为函数  $f(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^x$  在实数集  $\mathbb{R}$  上是减函数, 所以由  $\left(\frac{3}{7}\right)^a > \left(\frac{3}{7}\right)^b$

可知  $a < b$ . 又因为  $f(x) = 6^x$  在实数集  $\mathbb{R}$  上是增函数, 所以  $6^a < 6^b$ .

# 课堂练习

利用指数函数的性质，比较下列各题中两个值的大小：

(1)  $1.5^{3.5}$  与  $1.5^{3.2}$  ；

(2)  $0.7^{-1.2}$  与  $0.7^{-1.5}$  ；

(3)  $1.5^{1.2}$  与  $0.8^{1.2}$  .

答案 (1) 大于 (2) 小于 (3) 大于

# 归纳小结

## 归纳小结 自我反思

➔ 1. 本节课你学习了哪些内容？

➔ 2. 学习方法上你有哪些体会？

➔ 3. 评选最佳学习小组和个人



优秀

# 归纳小结

## 知识方面

1. 正确理解指数函数的定义；
2. 掌握指数函数的性质与图像；
3. 能利用指数函数的性质解决有关问题.

## 能力方法

1. 数学抽象；
2. 数形结合；
3. 逻辑推理、数学运算.

# 课后作业

1. 阅读课本第12页 尝试用信息技术作出指数函数

$$f(x) = 3^x, g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, p(x) = 5^x$$

的图像，从中能发现什么规律？

2. 课本第13页练习A、练习B.

# 数学来源于生活，应用于生活

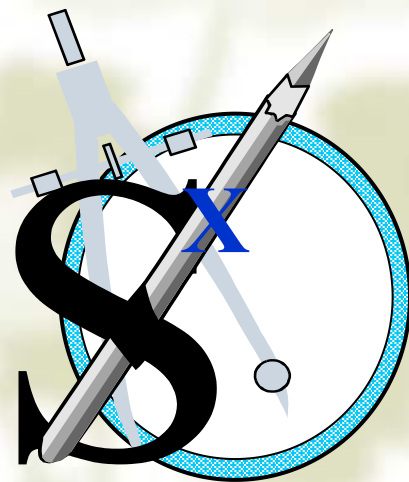
## 趣味做答

A先生从今天开始每天给你10万元, 而你承担如下任务: 第一天给A先生1元, 第二天给A先生2元, , 第三天给A先生4元, 第四天给A先生8元, ...

(1) A先生要和你签定15天的合同, 你同意吗?

(2) A先生要和你签定30天的合同, 你能签这个合同吗?

课下尝试  
利用所学  
内容解决



# 说课流程

教学内容分析

教学目标分析

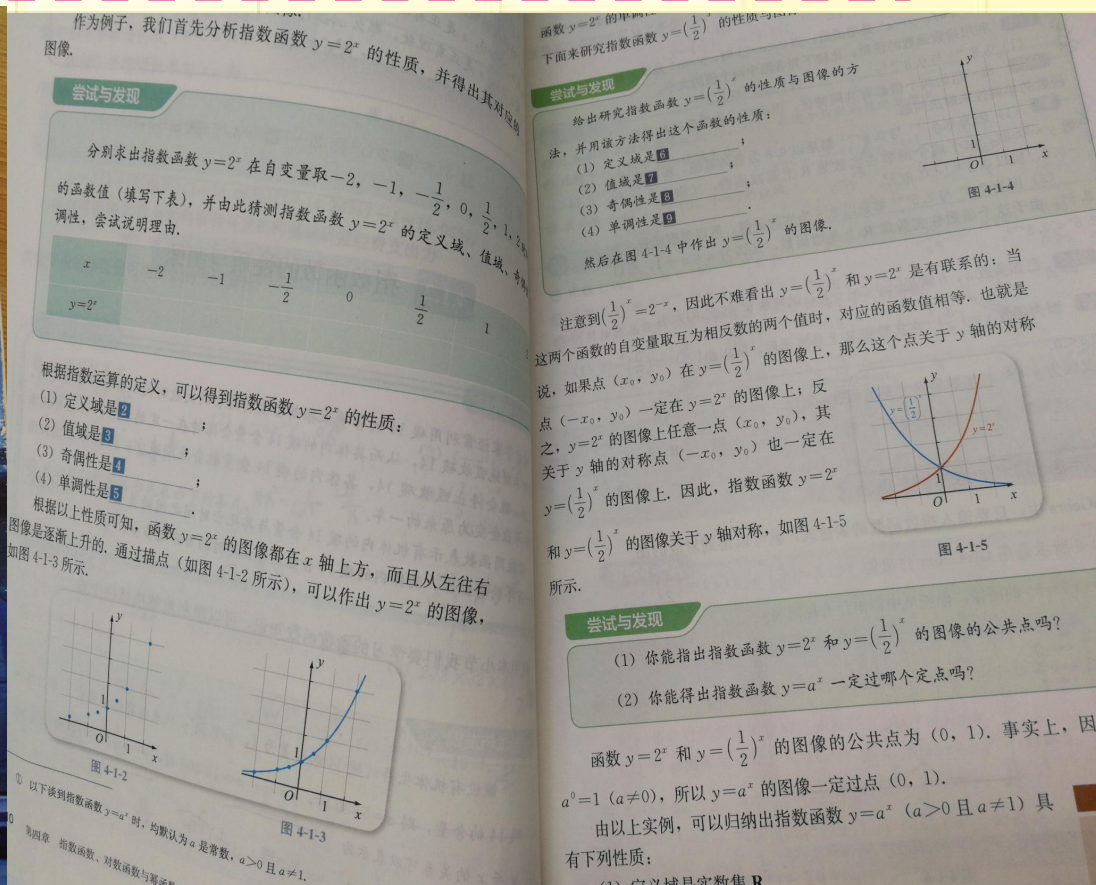
教学策略分析

教学过程分析

教学评价分析

# 1. 教学内容分析

本节课教学内容选自人教B版第二册第四章《指数函数、对数函数与幂函数》第二节“指数函数的性质与图像”第一课时。



# 1. 教学内容分析

## 教材地位和作用

指数函数是重要的基本初等函数,学习它既可以进一步深化学生对函数概念的理解与认识,又可以进一步熟悉函数的性质和作用,研究对数函数打下坚实的基础,具有承前启后的作用。它还与生活实践紧密联系,学习它有着广泛的现实意义。

## 学情分析

学生已有一定的函数基础知识,会建立简单的函数关系,能用“描点法”绘图,为本节知识的引入做好了铺垫,并将在此基础上学习指数函数,将对函数的认识更加系统化。

## 2. 教学目标分析

知识目标

核心素养目标

知识目标

- 1.掌握指数函数的定义；
- 2.通过指数函数的图象，归纳出指数函数的性质；
- 3.利用指数函数的性质在不等式、方程问题中的应用。

核心素养目标

通过指数函数概念、图象和性质的学习，使学生掌握研究函数的一般方法，提高学生的数学抽象和逻辑推理能力。

## 2. 教学目标分析

### 重难点分析

教学重点

▶ 指数函数的图像、性质及其简单运用。

教学难点

▶ 用数形结合的方法从具体到一般地探索概括指数函数图像的性质。

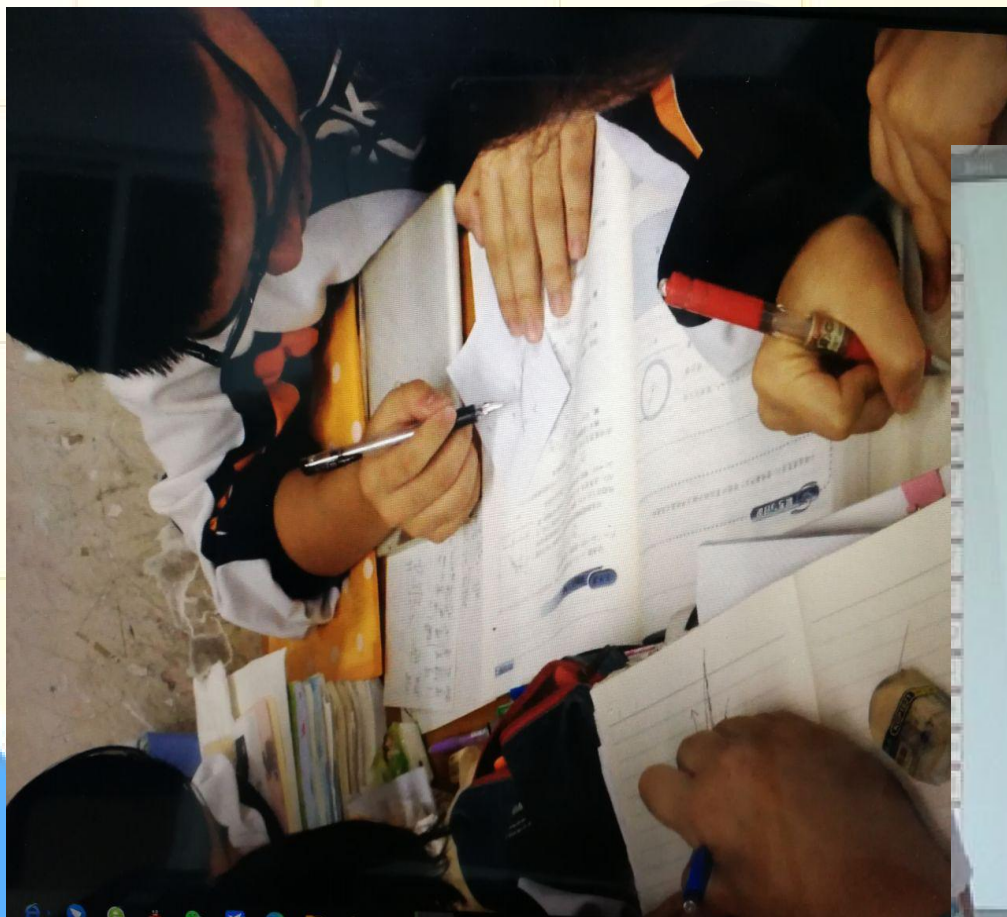
重难点突破

▶ 借助信息技术；在教学过程中让学生亲身自感受指数函数的图像生成过程。

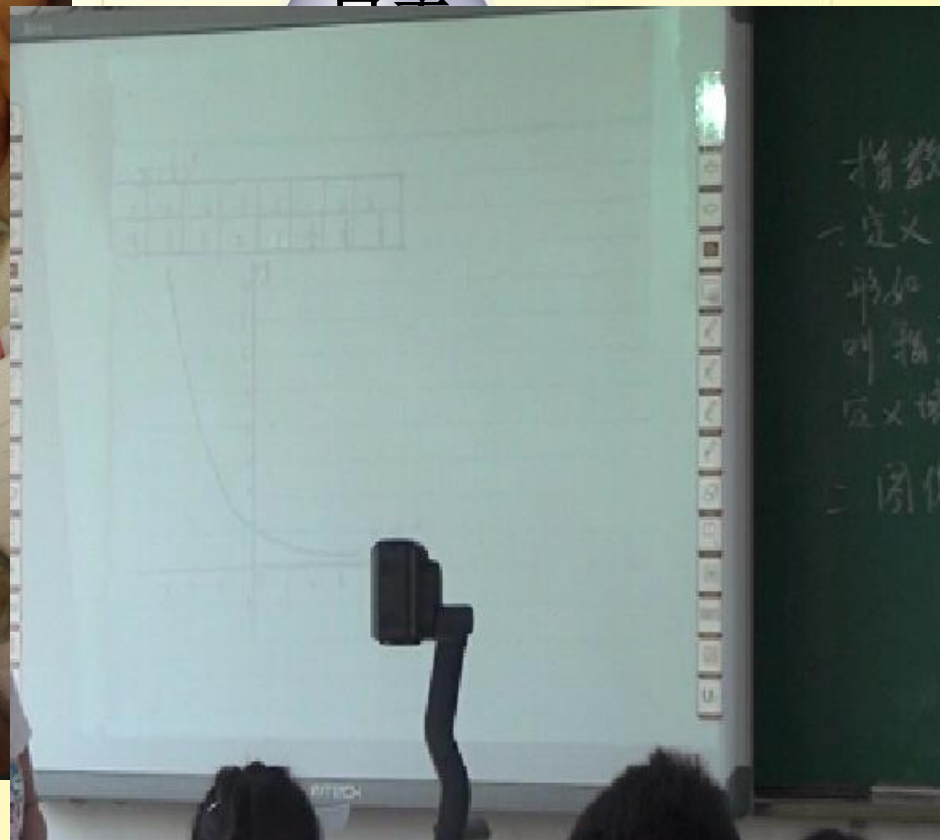
# 3. 教学策略分析

## ● 教学方法分析

以教学内容设计六个趣味问题为载体的任务驱动式教学方法。



学生主动观察，  
主动思考，动手  
操作。



# 3.教学策略分析

## ● 学法分析



1

让学生利用图形直观感受知识。



2

通过“小组讨论”和“自主探索”相结合来学习知识。

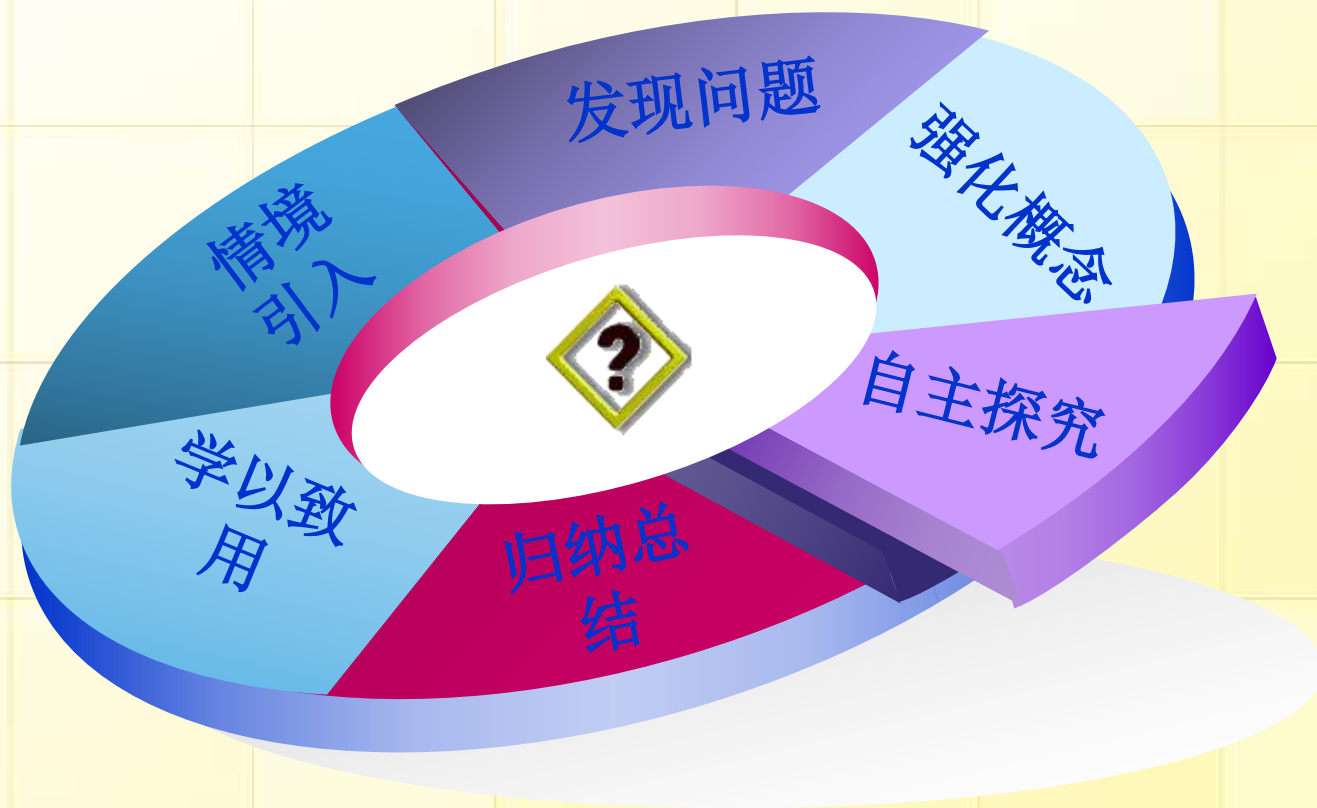


3

引导学生“多思，多说，多练”掌握知识。

## 4.教学过程分析

整节课围绕六个有趣的问题开展的。



# 情境引入



## 课件展示

假设某时刻有机体内碳14的含量为1，则在自然

### 【例题1】

(1) 5 730年后，有机体内剩余碳14的含量为多少？  
考古学家经常利用碳14的含量来推断古生物死亡的大致时间，当有机体生存时，会持续

(2)  $2 \times 5\,730$ 年后，有机体内剩余碳14的含量  
不断地吸收碳14，从而其体内的碳14含量会保

(3)  $3 \times 5\,730$ 年后，有机体内剩余碳14的含量  
为多少？

吸收碳14，其体内的碳14含量就会逐渐减少，  
(4)  $n \times 5\,730$ 年后，有机体内剩余碳14的含量  
为多少？为原来的多少？

### 设计教学法

1. 分析，思考。
2. 分组讨论归纳总结。
3. 引导，要点分析。

### 设计意图

情境问题所涉及的知识使考古学家根据碳14衰变的程度来计算出古生物所处的年代，这个内容体现了数学知识在考古学中的应用，可以提升学生学习数学的兴趣，使得教学更具有知识性、趣味性。

## 发现问题



# 课件展示

一般地，函数 $y=a^x$  ( $a>0$ ,  $a\neq 1$ ) 叫做指数函数，其中 $x$ 是自变量，函数的定义域是 $\mathbb{R}$ 。

当 $a < 0$ ，某些函数值可能没有意义。

当 $a = 0$ ，某些函数值可能没有意义。

当 $a = 1$ ,  $y = 1^x = 1$ ，是常数函数，没有研究的必要。

## 设计教学法

- 1、分析，思考。
- 2、分组讨论归纳总结。
- 3、引导，要点分析。

## 设计意图

对 $a$ 的范围的具体分析，有利于学生对指数函数一般形式的掌握，同时为后面研究函数的图象和性质埋下了伏笔.在给出定义之后可能会有同学感觉定义的形式十分简单，此时教师给出问题，打破学生对定义的轻视。

# 强化概念



## 课件展示

### 练习

判断下列函数是否是指数函数

(1)  $y = 2^x$  ✓ (2)  $y = x^2$  ✗

(3)  $y = -2^x$  ✗ (4)  $y = (-2)^x$  ✗

(5)  $y = 2^{x+1}$  ✗ (6)  $y = 2^{-x}$  ✓

$$y = 1 \cdot a^x$$

经过化简后指数位置仅仅是 $x$ , 即自变量的系数为1

函数的系数为1

底数为正数且不为1

### 设计教学法

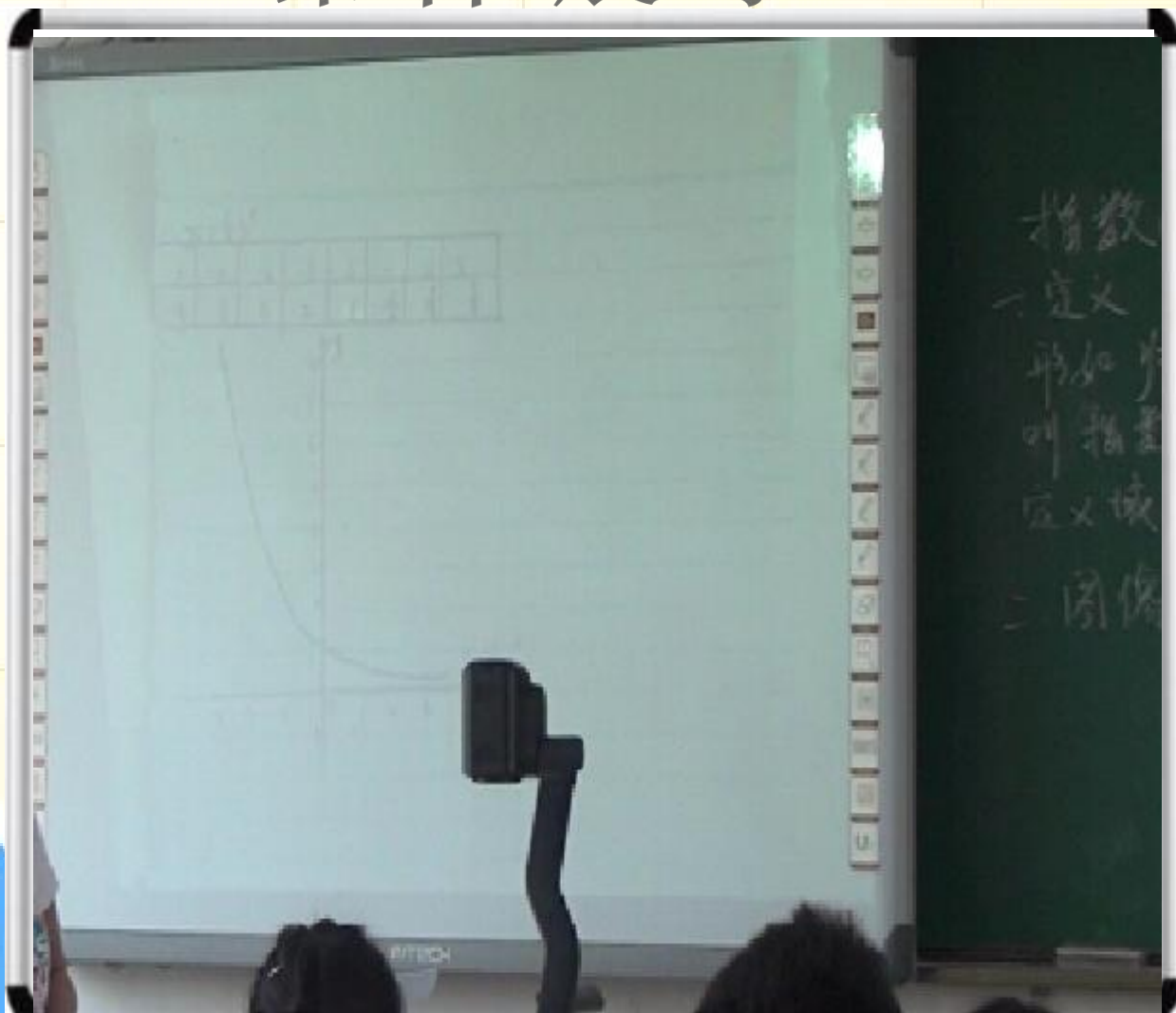
采用游戏方式, 教学时把题目逐一显示, 然后让学生抢答, 看谁回答的又快有准!

### 设计意图

通过学生观察思考、总结得出新知, 加深对指数函数定义的理解, 通过抢答也增加课堂的趣味性, 提高学生的积极性。



## 课件展示



### 设计教学法

- 1、学生动手画图。
- 2、实物投影仪展示。
- 3、评选“最美模特”。
- 4、课件动画演示。

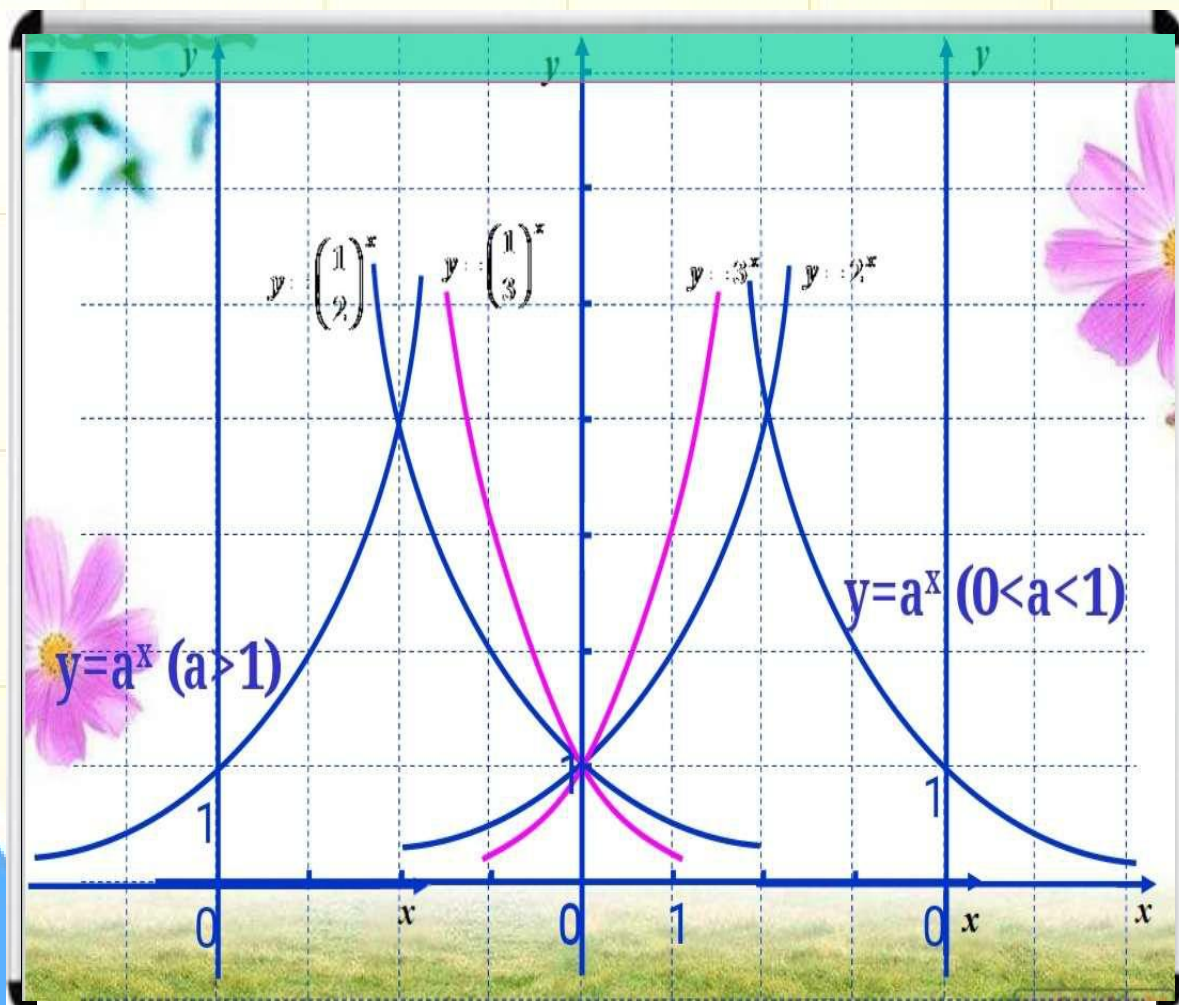
### 设计意图

为了弄清底数 $a$ 对于函数值变化的影响。也为以后画图解题，采用数形结合思想方法打下基础。使用实物投影仪也能效的利用课堂时间。

# 归纳总结



## 课件展示



### 设计教学法

- 1、多媒体软件演示。
- 2、学生分组讨论研究。
- 3、小组比赛制。
- 4、教师引导完善性质。

### 设计意图

这是本节课的难点，通过**教学软件**给出不同底数 $a$ ，感受图像变化，再通过小组讨论自主得出性质，能学生加深对指数函数图像性质的理解，认识到自己就是学习的主人，获得成就感。



## 课件展示

### 课堂练习

利用指数函数的性质，比较下列各题中两个值的大小：

(1)  $1.5^{3.5}$  与  $1.5^{3.2}$  ；

(2)  $0.7^{-1.2}$  与  $0.7^{-1.5}$  ；

(3)  $1.5^{1.2}$  与  $0.8^{1.2}$  .

答案(1)大于 (2)小于 (3)大于

### 设计教学法

- 1、例题讲解、说明。
- 2、及时巩固练习。
- 3、小组推荐比赛制。
- 4、指导强调。

### 设计意图

这是指数函数性质的简单应用，使学生在解题过程中加深对指数函数的图像及性质的理解和记忆。培养了数学抽象和逻辑思维能力。

# 五、课堂小结

## 课件展示

### 归纳小结 自我反思

➔ 1. 本节课你学习了哪些内容?

➔ 2. 学习方法上你有哪些体会?

➔ 3. 评选最佳学习小组和个人



优秀

### 设计教学法

- 1、教师提问。
- 2、学生回答。
- 3、练习巩固。
- 4、评选奖励学分。

### 设计意图

- (1) 重视课堂小结，让课堂前后呼应；
- (2) 切实发挥学生主观能动性，能进行自我反思，推陈出新；
- (3) 教师发挥对整节课的主导型，对整节课内容进行总结，并对存在的问题提出整改方案。

# 六、作业布置

## 课件展示

数学来源于生活，应用于生活 第四章 指数函数、对数函数与幂函数

### 趣味做答

A先生从今天开始每天给你10万元，而你承担如下任务：第一天给A先生1元，第二天给A先生2元，第三天给A先生4元，第四天给A先生8元，...

- (1) A先生要和你签定15天的合同，你同意吗？
- (2) A先生要和你签定30天的合同，你能签这个合同吗？

课下尝试  
利用所学  
内容解决



### 设计教学法

- 1、教师提问。
- 2、学生回答。
- 3、练习巩固。
- 4、评选奖励学分。

### 设计意图

课后思考的安排，激发学生的学习兴趣，主要为学有余力的学生准备的。增强学生应用意识，回扣情境引入，数学来源于生活，应用于生活。

# 六、板书设计

指数函数图像和性质

指数函数性质与图像

一、定义

二、性质

三、例题  
(学生演示)

四、小结

表格

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$y = 2^x$

# 七、教学评价分析

激发了学生的兴趣，并且在解决的问题中获得成功的喜悦。



培养学生的团队合作精神，合作的同时又要独立的思考探究。

提高了课堂效率，也让学生更形象直观的理解知识。

谢谢倾听

敬请指导