初高中函数知识衔接的教学分析

东营市第一中学　　张琳琳

一、初高中数学衔接的教学分析

大家好!首先感谢市教研室给我们提供了这样一个互相交流和学习的机会，根据尹老师的安排，我将初高中衔接教学上的几点想法向大家汇报一下，敬请各位领导和老师提出宝贵的意见！

在我刚参加工作那几年，对于高中数学教材还没有吃透，只会按部就班的根据教材进行教学。而初高中数学学习内容有很大的区别，学生的学习方法和习惯上需要一个适应的过程，所以当教材里出现的某些知识点需要用到初中的知识去解决时，处理得不够好，导致课后学生听得不是很明白，或是需要更多的时间去讲解学生才能明白。随着教学的深入，对教材有了一定的了解，当遇到类似的问题时会提前给学生补充初中相关的内容，但这样会影响课堂效率，甚至会影响教学进度，所以我也在不断寻找和摸索如何进行高效的初高中衔接教学才是最有效的方式！

自 2021 年起实施的全新课程标准对初高中数学教学内容进行了重新编排和调整，强调了数学知识和思维方式的连续性以及渗透性。在初高中数学衔接教学阶段，教师要尽量从初中知识入手，以学生较为熟悉的方式引入新知识点，帮助学生提高自主思考与合作探究的能力，开阔学生的数学思维，用科学的教学手段来解决初高中数学知识脱节的弊端。对于初高中数学衔接教学的处理上，我个人认为，作为一个高中数学教师，应该先熟悉高中数学教材，熟悉高中数学学习对初中数学知识的要求和应用，这样才能更好的利用初高中数学衔接知识帮助学生从初中的数学学习过渡到高中的数学学习中来。

下面我将以函数的定义为例，从初中的角度，汇报在初高中数学衔接中对“数学知识”的教学分析；以二次函数（方程、不等式）为例谈一下如何在高中做好“思维方法”衔接的思考。

二、初高中数学衔接的教学分析---知识衔接

（一）、函数知识衔接的现状：

学生从初二上学期就开始学习函数，从整个初中数学阶段看，学生学习的内容已涉及到函数的概念及性质、函数的图象及平移、函数与方程以及函数与不等式的关系等，应该说高中阶段函数这部分的学习，是初中的延伸和拓展，但不少高一学生在学习这部分知识时，学

起来尤为困难，感觉进入了学习的“瓶颈期”。一方面由于还不适应高中的教学方式和教学节奏，另一方面与知识本身的难度也有很大的关系。因此，初高中数学教学的衔接就显得尤为重要。

（二）、函数知识衔接的关键--函数的概念：

在初中阶段的函数教学中，教师在教授函数的概念时，在函数的定义上不必加深，但可以从生活实例或者函数习题入手，让学生直观的接触高中数学对函数的定义，使他们进入高中后能透彻地理解函数的对应关系，攻克函数概念这一学习难点。从初高中的函数学习中，我们可以发现，函数概念及其性质是中学数学知识的基础，也是初高中数学教学衔接的关键。

（三）、函数知识衔接的准备工作：明确初高中函数概念在新课标中的不同

1、初中新课标关于函数概念的教学要求：

探索简单实例中的数量关系和变化规律，了解常量、变量的意义。

结合实例 了解函数的概念，能理解一次函数、正(反)比例函数及二次函数这些较为具体的简单函数， 并能画出函数的图像，会利用函数的相关知识解决一些简单的实际问题。

2、普通高中数学课程标准关于函数概念的教学要求：

理解函数的概念，会求函数的定义域和值域，理解函数的三种表示方法，会画函数的图像，掌握函数性质的应用。

（四）、函数知识衔接教学过程设计：

教学过程中要注意区分初高中的教学重点，安排符合课程要求的教学内容，通过梳理，初高中函数概念都需要掌握函数概念辨析、求自变量取值范围(定义域)，求函数值取值范围(值域)这些类型的问题。 但初中函数概念侧重概念中变量与变量之间关系的理解，高中侧重对应关系的理解，初中教学如果把"多对一、一对多"进行过多的强调和对比， 会增加学生的理解负担，容易引起概念混淆。 因此，教师在教学的边界区域应该划分清楚界线，抓住初中的重点进行教学，非重点部分留作高中再进行系统教学。

1、函数的定义

高中数学中给出的是函数的近代定义，而初中数学只给出了函数的传统定义，这两个定义从本质上说是一致的，只是叙述时的出发点不同。比较而言，传统定义更易为初中生所理解，近代定义从集合的观点来定义函数比较抽象，学生理解起来较困难。

初中数学教材中将函数定义为：

如果在一变化过程中有两个变量x和y， 对于变量x的每 一个值，变量y都有唯一确定的值与之对应， 那么称y 是x的函数.

2、初高中函数的定义衔接

高中数学将函数定义为：

给定两个非空实数集合A和B，以及对应关系，若对于集合A中的每一个实数x，集合B中有唯一实数y=f(x)与X对应，则称y=f(x)为集合A上的函数

高中定义中包含了函数的三个要素：定义域、值域和对应法则，并且由此可知道，一个函数由它的定义域和对应法则所确定，而在初中学习函数定义时虽然也涉及到函数的取值范围，但没有明确提出函数的定义域和对应关系.

衔接点 1：高中数学教材为什么对函数进行了新定义，与初中的定义有何不同?

教师如果急于强调二者本质一致，学生难免产生新的疑问：

衔接点 2：既然一样，为什么要学习另一种?

处理方式：提出问题： y=1 是函数吗?

给学生思考，让学生发现利用初中所学的函数概念(仅从运动变化的观点)难以解释这些问题，自然而然引出应从新的角度来考虑函数概念问题，顺利实现由变量说到集合对应说的螺旋式上升的认识结构，符合由特殊到一般的规律。

3、初高中函数的定义教学过程衔接

在高中教学过程中，要注重列举易理解的生活实例，创造适合学生思维的教学情境；概念教学要同时“情境化”和“去情境化”。函数概念从生活中抽象而来又应用到生活中去。因此，在函数概念的教学中，为帮助直观思维的初中学生理解抽象的函数概念，必修一教材给出了多个情景与问题：

情境与问题

(1) 国家统计局的课题组公布，如果将 2005 年中国创新指数记为 100，近些年来中国创新指数的情况如下表所示.

年度	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
中国创新指数	116.5	125.5	131.8	139.6	148.2	152.6	158.2	171.5

以 y 表示年度值，i 表示中国创新指数的取值，则 i 是 y 的函数吗？如果是，这个函数用数学符号可以怎样表示？

(2) 利用医疗仪器可以方便地测量出心脏在各时刻的指标值，据此可以描绘出心电图，如图 3-1-1 所示. 医生在看心电图时，会根据图形的整体形态来给出诊断结果（如根据两个峰值的间距来得出心率等).

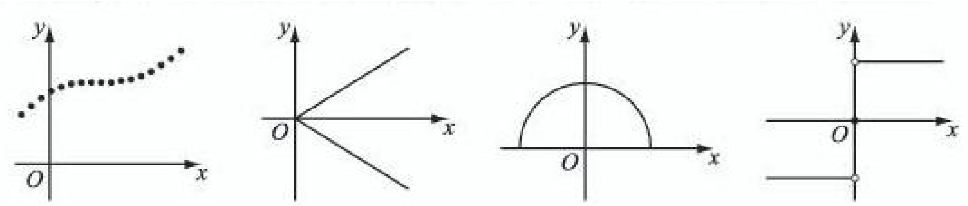
图 3-1-1

如果用 t 表示测量的时间，v 表示测量的指标值，则 v 是 t 的函数吗？如果是，这个函数用数学符号可以怎样表示？

高中教师在教学过程中先让学生从生活中感受变量变化的依赖关系（初中的定义）。然后教师引导学生提炼“去情境化″的函数概念，即从集合的关系理解函数的概念，进而从初中的″变量关系″过渡到高中的“对应关系”， 让学生充分经历感性认识、分化本质、概括形成定义、 应用强化的阶段，从直观思维向抽象思维发展，形成概念数学化提炼。

初中数学中已经学过函数的表示方法有：解析式法、列表法、图像法，所以在教学过程中借助教材例题或习题引导学生从数和形两种角度加深对函数概念的理解。

举例 1：“如图，a 是自变量 x 取值范围内的任意一个值，过(a，0)画 y 轴的平行线，与图中曲线相交，下列哪个图中的曲线表示 y 是 x 的函数?为什么?



利用这道题引导学生从图象上深刻理解函数定义中″对于 x 的每一个确定的值，y 都有唯一确定的值与其对应″，教师强调″每一个″、″唯一″等字眼，让学生从图中去体会，从而让抽象的函数概念具体化。学生从形的角度初步了解函数是一种对应关系，为高中函数概念学习时理解变量 x 与 y 之间“一对一”或“多对一”，做好衔接。

举例 2：

教师问：“关系式 $y = x^2$ 中，y 是 x 的函数吗?″学生稍加思索，回答 y 是 x 的函数。

教师接下来问：“关系式 $y^2 = x$ 中，y 也是 x 的函数吗?″

初学函数概念时，许多学生只注意到这两个关系式里都有两变量 x、y，他们会回答 y 仍是 x 的函数。

教师继续问：那么对于第二个关系式，当 x=1 时，y 的对应值为多少?这时学生会算出 y 值为±1。这时教师就可以指出，第二个关系式不符合函数的定义，变量 x 与 y 之间出现了“一对多”，这样就能让学生通过反例从关系式的角度进一步理解函数的概念，为高中数学学习做好铺垫。

在初中学习函数时，学生以一次函数、二次函数、反比例函数为主，绝大部分是连续的，这容易给学生形成一种错误的认知：函数的图像都是连续的曲线。当他们进入到高中阶段，学习分段函数、离散函数等非连续函数时，就会对他们正确理解函数概念形成干扰，甚至认为分段函数是多个函数。因此，在初中教学函数概念时，教师可以适当给学生渗透函数的对

应思想，让学生感受函数的本质，而不拘泥于初中常见的几种函数解析形式。

举例 3（初中课本习题）：

“黄金一号″玉米种子的价格为 5 元/千克，如果一次购买 2 千克以上的种子，超过 2 千克部分的种子的价格打 8 折。

购买种子数量/千克	0.51	1.52	2.53	3.54
付款金额/元				

(1) 填写下表：

(2)写出购买种子数量与付款金额之间的函数解析式，并画出函数图象。

教师通过引导学生对这道题进行分析、讨论，可让学生初步接触分段函数。

举例 4（初中课本习题），

还有这样一道题：“小亮为赞助’希望工程’现已存款 100 元，他计划今后三年每月存款 10 元，存款总数 y(单位：元)将随时间 x(单位：月)的变化而改变。指出其中的常量与变量，自变量与函数。试写出函数解析式。″

学生写出函数解析式 $y=10x+100$ （$0 \le x \le 36$，x 为整数)时，

教师可让他们试着画出函数的图象，可看到图象是一些离散的点。

初中函数概念的建立有助于学生实现由“静″到“动″的思维转换，了解变量之间的依存关系，为进 一步抽象概括函数概念奠定基础。从生活实例中体会研究变量之间关系的必要性，解决“为什么要学习函数概念″的问题，这是学习内容的价值性认识，是学习的出发点和归宿，为后续学习提供内在驱动力。后续学习具体函数时， 虽然每一类函数的学习都遵循相同的基本过程(背景→定义→性质→应用)，但每一次学习都是一次认知上的提升。进入高中学习 从″对应关系″理解函数概念，更接近函数的本质属性。 让学生学习的过程， 要求教师在教学时更应整体把握初高中教材，做好衔接教学，实现学生每一阶段的“螺旋上升”。

三、初高中数学衔接的教学分析---思维衔接

通过对高一学生进行调研，不难发现高一学生在数学学习上的最大困难表现在初高中思维方式的差异上。初高中教学衔接的一个重要问题是教师对高一新生思维起点的把握不够精准。直观与形象是初中数学课堂教学比较注重的，抽象思维训练在初中数学教学的课堂上相对少。因此在教学中尤为注重对学生思维“衔接点”的关注。例如对二次函数性质的符号表示上注重由形象到抽象的衔接，在对称性结论的讲解中注重由具体到一般的衔接.学生思维

上的自然过渡与提升在这样能够注重衔接的教学设计中才能得以逐步实现，学生对函数性质抽象描述的理解才能得以顺利达成. 以二次函数（方程、不等式）为例谈一下我对初高中思维方法衔接的思考：

1、通过一元二次方程，帮助学生建构知识组块的思维模式

由于与一元二次方程相关知识的学习比较分散，为了使学生更好地掌握这部分内容，设计以下的教学内容，使学生建立起以一元二次方程有关的知识组块。

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$，配方得到 $(x+\frac{b}{2a})^2=(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a})^2$.

建构1：方程根的个数与判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的关系.

建构2：由方程的根可以建构根与系数的关系 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.

建构3：一元二次方程和二次函数知识建构一元二次不等式.

画出二次函数 $y=x^2+2x-3$ 的图象，观察图象可得当 $y=0$ 时对应的 x 的值为 -3 和 1；当 $y<0$ 时，$-3<x<1$. 根据"最近发展区"原则进行知识建构，让学生感觉到初高中知识之间的内在联系，同时又能找到学习数学的方法. 不等式知识就是等式的延伸，但是解不等式和解等式又有所不同. 比如 $x^2+2x-3=0$ 学生很快得到 $x=-3$ 或 $x=1$，学生很容易误认为 $x^2+2x-3<0$ 的解为 $x<-3$ 或 $x<1$，所以在教不等式时强调画二次函数图象的重要性，渗透数形结合的数学思想.

建构4：一元二次方程和一元二次不等式建构函数零点的概念，由零点的概念建构零点的分布情况.

问题1：已知关于 x 的方程 $x^2-x+a-4=0$ 的有两个实数根，且这两个根满足以下条件，求 a 的取值范围.

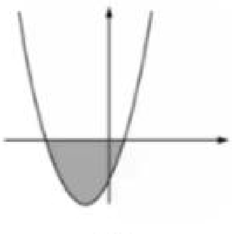


图1

（1）一根大于零，另一根小于零；

（2）两根都为正根；

（3）一个根大于 -2 而小于 0，另一根大于 1 而小于 3.

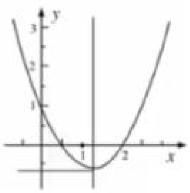
问题2：（2007 广东高考）：已知 a 是实数，函数 $f(x)=2ax^2+2x-3-a$，如果函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上有零点，求 a 的取值范围.（分情况讨论）

通过知识建构的题组训练使学生领悟方程的根就是函数的零点，根所在的区间就是零点的所在的区间. 渗透高中分类讨论和等价转化的数学思想. 通过这样的知识组建使学生形成以一元二次方程为核心的知识组块. 以学生熟悉的一元二次方程进行知识建构，既可以将相关的知识串成线、连成片、结成网，通过练习实现所学知识的融会贯通；也可以根据问题的结构，形成解决问题的方法、策略，促进问题形式和解答策略的形成和建构. 既能让学生感受到知识的内在联系，又能体会知识的发展变化。

2、利用二次函数单调性，增强学生知识建构的迁移能力

通过初中已有的对函数单调性的理解，建构高中函数单调性概念，以及从多个角度理解单调性概念. 这样既加强了对原有知识的理解，同时又使新概念得到充分的认识，形成一定的知识迁移能力. 同时让学生感受初高中知识之间的联系。

在初中学过二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 当 $a>0$ 时，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}$ 的右侧，y 随 x 的增大而增大，由此建构高中增函数定义，如果对于定义域 I 内的某个区间 D 上任意两个自变量的值 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数. 二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，当 $a>0$ 时单调增区间为 $[-\frac{b}{2a},+\infty]$，当 $a<0$ 时单调增区间为 $[-\infty,-\frac{b}{2a})$，所以二次函数的单调性与 a 和对称轴有关，渗透分类讨论的思想. 通过以下题组形成知识迁移的能力.



问题 1：求函数 $f(x)=x^2-12x+3$ 的对称轴及单调区间.

变式 1：已知函数 $f(x)=x^2+4ax+2$ 在区间(−
)内单调递减，在 $(6,+\infty)$ 内单调递增，求 a 的

变式 2：已知函数 $f(x)=x^2+4ax+2$ 在区间 $(-\infty,6)$ 内单调递减，则 a 的取值范围是

A. $a\geq 3$　　**B.** $a\leq 3$

C. $a<-3$　　**D.** $a\leq -3$

变式 3：已知函数 $f(x)=x^2+4ax+2$ 在 $[2,4]$ 上是单调函数，求实数 a 的取值范围.（这里又需要考虑两种情况，可能单调增，也可能单调减.）

通过这一组题目的变化，将学生由初中熟悉的知识建构高中的新知识，触动学生探究新知识的欲望，同时将学生初中单一、固定的数学思维引人高中动态、发散的数学思维，让学生在新旧知识中慢慢体会数学的魅力。

3、利用二次函数最值，引导学生建构多维度思考问题的思维模式

初中学生的思维往往比较单一和固定，高中知识比较灵活，多维度思考问题既能为学习者开辟条条通向成功之路，也能引导学生总结合理的解决问题的策略，还可以引发学生对问题的兴趣和好奇心。

初中学生已经知道对于二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，对应函数的最值为 $f(-\frac{b}{2a})=\frac{4ac-b^2}{4a}$

建构 1：初中固定的函数最值建构高中变化的最值.

问题：求函数 $y=x^2-2x-2,x\in R$，求该函数的最值.

变式 1：函数 $y=x^2-2x-2$，分别求当 $x\in[-2,0]$，$x\in[0,2]$ 的最大和最小值.（轴定区间动）

变式 2：求函数的 $y=x^2-ax-2,x\in[0,2]$ 的最大值和最小值.（轴动区间定）

建构 2：二次函数最值建构多维度恒成立问题.

设 $f(x)=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，$f(x)>0$ 在全集 R 上的恒成立问题：

$$f(x)>0 \text{ 在 } x\in R \text{ 上恒成立} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ f(x)_{\text{最小}}>0 \end{cases}$$

已知 $f(x)=x^2+2(a-2)x+4$.

(1) 如果对一切 $x\in R$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.（最值）

(2) 如果对 $x\in[-3,1]$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.（最值）

(3) 如果对 $x\in[1,2]$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.（参数分离）

(4) 对任意 $a\in[-1,1]$，$f(x)>0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围.（换元）

通过类似上面的知识建构的题组训练，发现其中的异同，总结各自的解题策略，由初中单一知识建构高中多维度知识体系，然后通过对比找到更快捷的解题方法.这些题目虽然都是与二次函数有关的知识，但题设稍有变化，题目的内涵就大不相同.通过题目的变化，渗透高中的数学思想和解决问题的方法，从学生熟悉的问题人手，使学生在熟悉的环境中探索高中的知识。

根据学生已有的一元二次方程和二次函数的知识，建构高中一元二次不等式相关知识，函数零点，还可以建构二次函数的最值及恒成立问题，渗透相关的数学思想，使学生对高中知识的学习有一个初步的认识，然后再根据高中数学的知识分布，将不同的知识嵌入各个章节再深入学习。

数学知识是相互联系的，高中数学是初中数学的延伸和拓展，通过初中学生熟悉的二次函数设计一定的问题情景建构高中的相关知识，在问题情景的引导下建构新的知识，不停地将学生的智力水平引向更高的层次.在解决不同问题时渗透相关高中思维方法以及数学思想。

四、初高中数学衔接的教学分析---教学反思

1、注重知识的系统性和深入性：初中数学知识相对较为零散，而高中数学知识则更为系统和深入。在衔接阶段，可以先回顾初中阶段的数学知识，巩固学生的基础，为他们引入高中数学的新概念做好铺垫。这有助于学生更好地理解和应用新知识，帮助学生建立知识之间的联系，理清知识的脉络，并引导学生深入理解数学概念和定理的内涵和应用。

2、强化数学思维的训练：高中数学相对于初中数学来说更加抽象和理论化，需要学生具备更强的逻辑思维和推理能力。在衔接阶段，教师要注重学生数学思维的培养，包括数学推理、证明和严密性等方面。通过训练学生的数学思维，提高他们的数学思维能力和解决问题的能力。教师可以引导学生培养这些思维方式，例如通过解决复杂问题、进行证明等活动来锻炼学生的思维能力。

3、培养学习兴趣和动力：初高中数学衔接阶段，学生可能面临数学学习的困难和挫折感。教师可以通过生动的教学方法、趣味的数学应用和实例，激发学生对数学的兴趣和学习动力，使他们保持积极的学习态度。并提供适当的挑战和拓展，初高中数学衔接阶段，学生的数学水平和能力差异较大。教师应该根据学生的实际情况提供适当的挑战和拓展，给予他们不同层次的数学学习任务，满足不同学生的学习需求。

总之，初高中数学衔接阶段是一个重要的教学环节，教师需要充分了解学生的学情，针

对学生的特点和需求进行教学，培养学生的数学思维和解决问题的能力，同时激发学生对数学的兴趣和学习动力，帮助他们顺利过渡到高中数学学习。

以上是我在初高中数学衔接中的一点做法和反思，不当之处，敬请各位专家批评指正。

最后，祝各位领导，老师身体健康，工作顺利！谢谢大家！