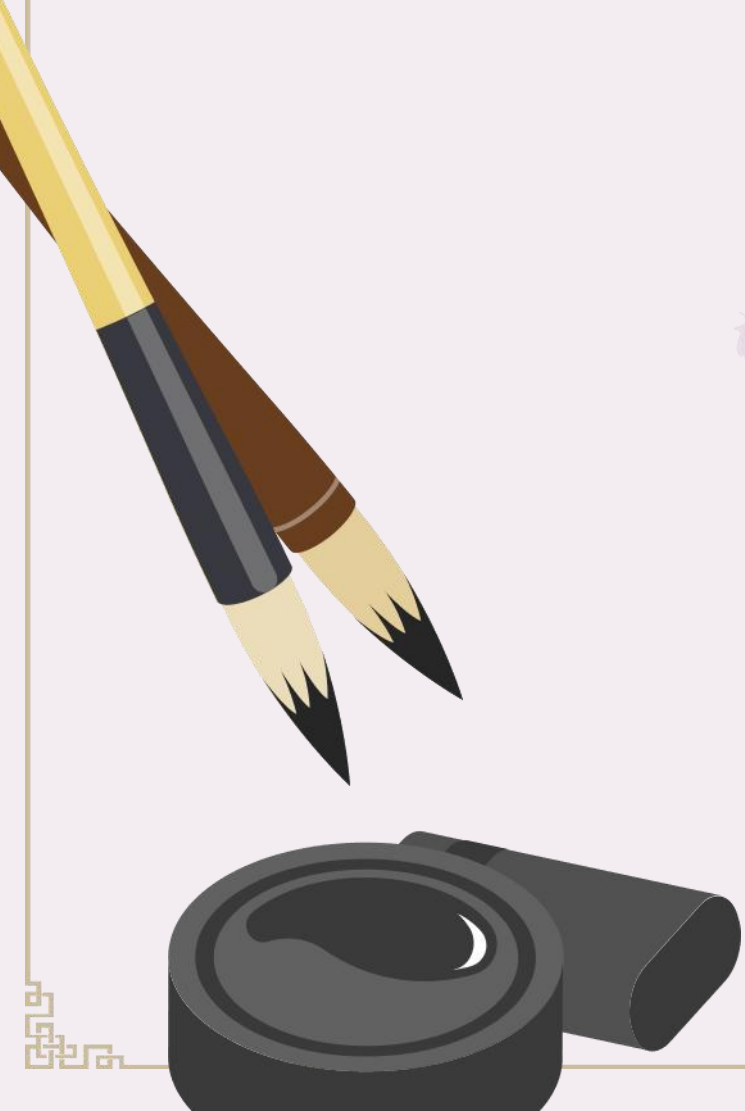




# 停车距离问题

东营市第一中学 江小霞



## 导语：



数学建模是对现实问题进行数学抽象，用数学语言表达问题、用数学方法建构模型解决问题的素养。数学建模过程主要包括在实际情景中，从数学的视角发现问题、提出问题，分析问题、建构模型，确定参数、计算求解，检验结果、改进模型，最终解决实际问题。数学建模活动是基于数学思维，运用模型解决实际问题的一类综合实践活动，是高中阶段数学课程的重要内容。

本节课《停车距离问题》就是身边熟悉的实际问题，通过让学生思考汽车制动过程，分析出影响停车距离的主要因素，初步建立停车距离模型： $\text{停车距离} = \text{反应距离} + \text{制动距离}$ 。师生共同亲历数学建模的完整过程。这个过程进一步突出了数学源于生活，用于生活的思想。让学生成为主体多参与，多思考，激发学生的学习热情，初步了解建模的步骤，提升数学建模和数学运算的核心素养。



- (一) 发现现实情境中的数学关系，抽象出数学问题；
- (二) 运用数学建模的结论和思想阐释生活现象；
- (三) 团队协作，自主探究，学会科学的学习方式；
- (四) 养成遵规守法的意识，理解尊重生命的教育含义。

## 【重点难点】

数学建模的过程与数学模型的检验。

## (一) 情境引入 提出问题



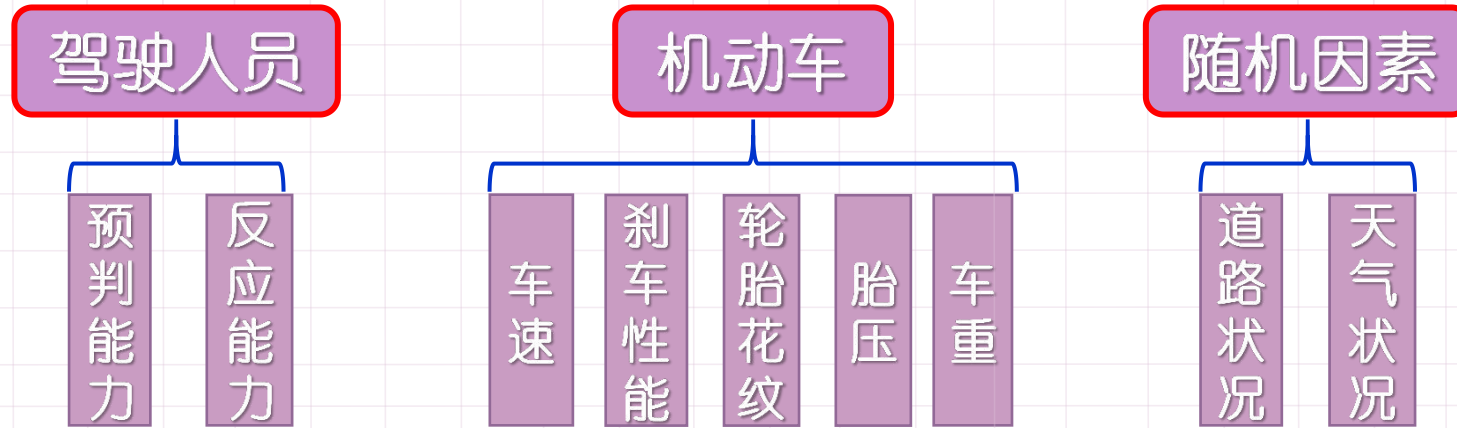
《道路交通安全法实施条例》第八十条：机动车在高速公路上行驶，车速超过每小时100公里时，应当与同车道前车保持100米以上的距离

问题1：  
法规中的“100米以上”的依据是什么？



## (二) 分析问题，构建模型

问题2：影响停车距离的因素有哪些？



追问1：在这些因素之中最关键的因素是什么？

控制变量法

当研究多个因素之间的关系时，往往先控制住其他几个因素不变，集中研究其中一个因素变化所产生的影响。

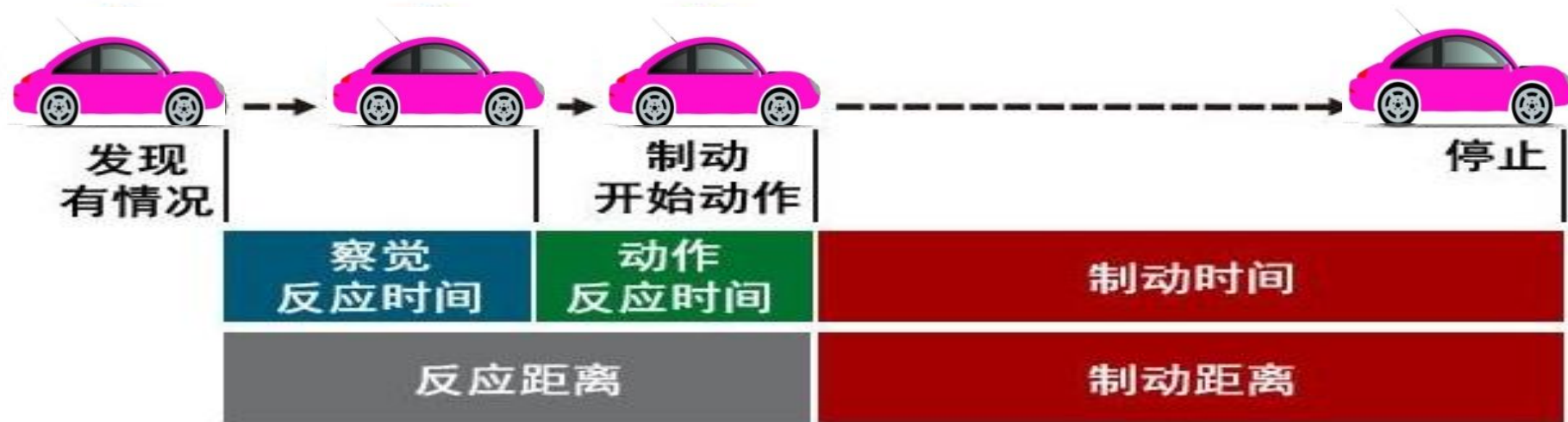


**师生共同讨论得到：可控因素主要是车速，故可对模型作如下假设：**

- 1) 假设车辆类型轮胎类型相同；**
- 2) 假设汽车制动器的性能正常，道路、气候视为不变；**
- 3) 假设汽车没有超载；**
- 4) 假设刹车系统的机械状况、驾驶员状况良好；**
- 5) 假设汽车在平直道路上行驶。**

[活动1] 你能描述在行车中，从发现障碍物到车辆停止，驾驶员及车辆经历的过程吗？

[预设] 驾驶员眼睛看到障碍物后有一段反应时间，然后再脚踩刹车。从看到障碍物到脚踩刹车，车辆已经行驶了一段距离，从脚踩刹车到车辆停下来，车辆又行驶了一段距离。



## (二) 分析问题, 构建模型

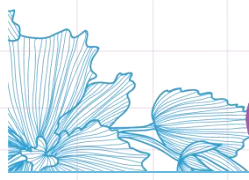
问题3: 根据以往经验, 你将选择怎样的方法获得反应距离 $d_1$ 、制动距离 $d_2$ 关于车速 $v$ 的函数关系?

方法1: 通过物理知识来分析运动过程建立函数模型

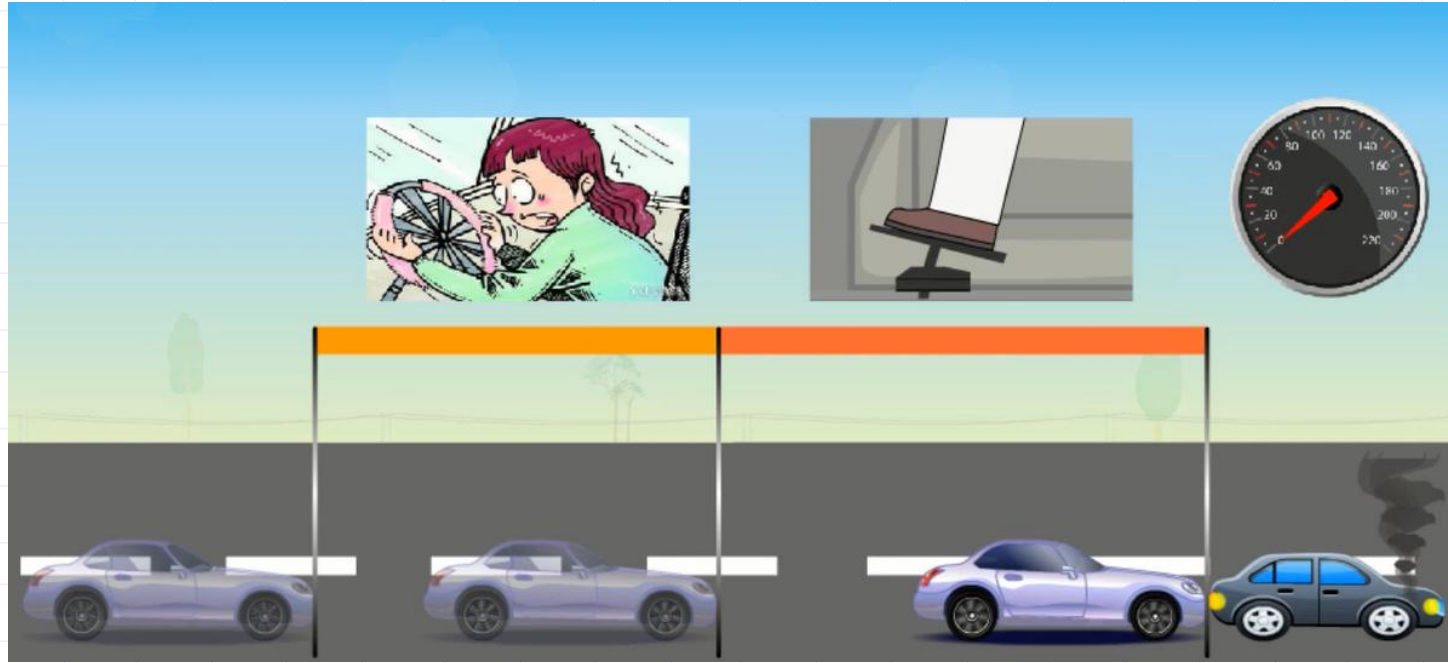


方法2: 类比统计学中刻画变量相关关系的研究套路, 研究停车距离 $d$ 与速度 $v$ 的关系





## (二) 分析问题，构建模型



停车距离 = 反应距离 + 制动距离

$$\begin{aligned}d &= d_1 + d_2 \\ &= vt + \frac{v^2}{2a} \\ &= \alpha v + \beta v^2\end{aligned}$$

二次函数

### (三) 确定参数, 求解模型

问题4: 如何求解  $\alpha, \beta$  ?

停车距离模型  $d = \alpha v + \beta v^2$

**某公路局公布的试验数据**

行驶速度 $v / (\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$	反应距离 $d_1 / \text{m}$	制动距离 $d_2 / \text{m}$	停车距离 $d / \text{m}$
32	6.7	6.1	12.8
40	8.5	8.5	17.0
48	10.1	12.3	22.4
56	11.9	16.0	27.9
64	13.4	21.9	35.3
72	15.2	28.2	43.4
80	16.7	36.0	52.7
89	18.6	45.3	63.9
97	20.1	55.5	75.6
105	21.9	67.2	89.1
113	23.5	81.0	104.5
121	25.3	96.9	122.2
128	26.8	114.6	141.4

方案1:

用两组值构造方程组, 进行求解

$$d = 0.3v + 0.003v^2$$

方案2:

求出各组  $\alpha, \beta$  后取平均值  
代替

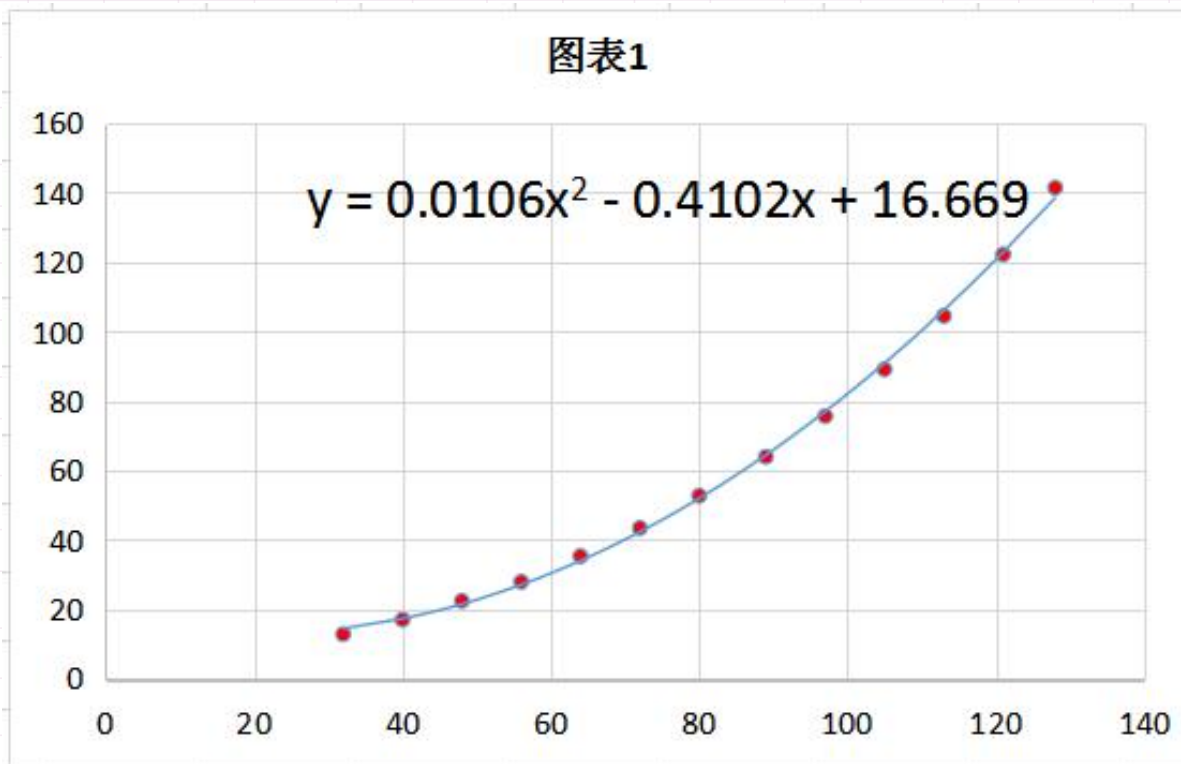
$$d = 0.21v + 0.006v^2$$



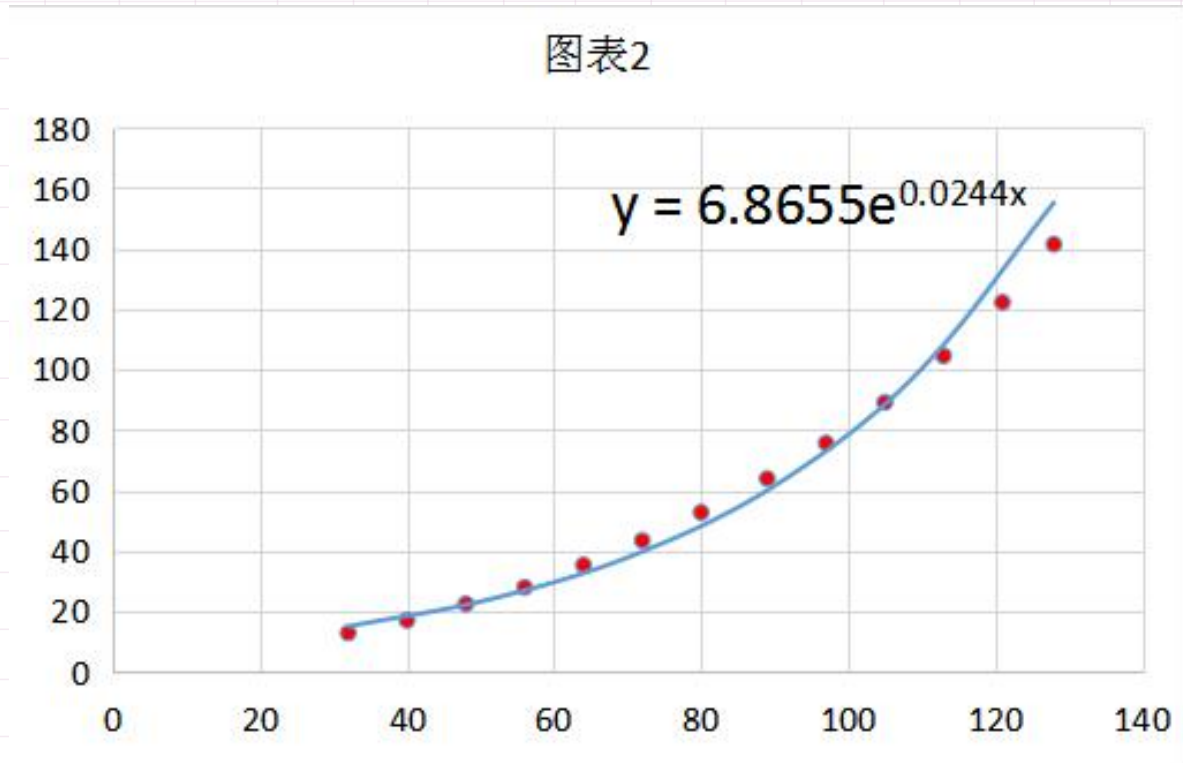
还有其它方法吗?

### (三) 确定参数, 求解模型

图表1



图表2



## (四) 检验结果, 改进模型

**问题5: 模型建立以后, 需要检验模型是否与实际相符。如何进行检验?**

**追问1: 评判方案更优的标准是什么?**

**函数模型与真实值的整体接近程度**

形

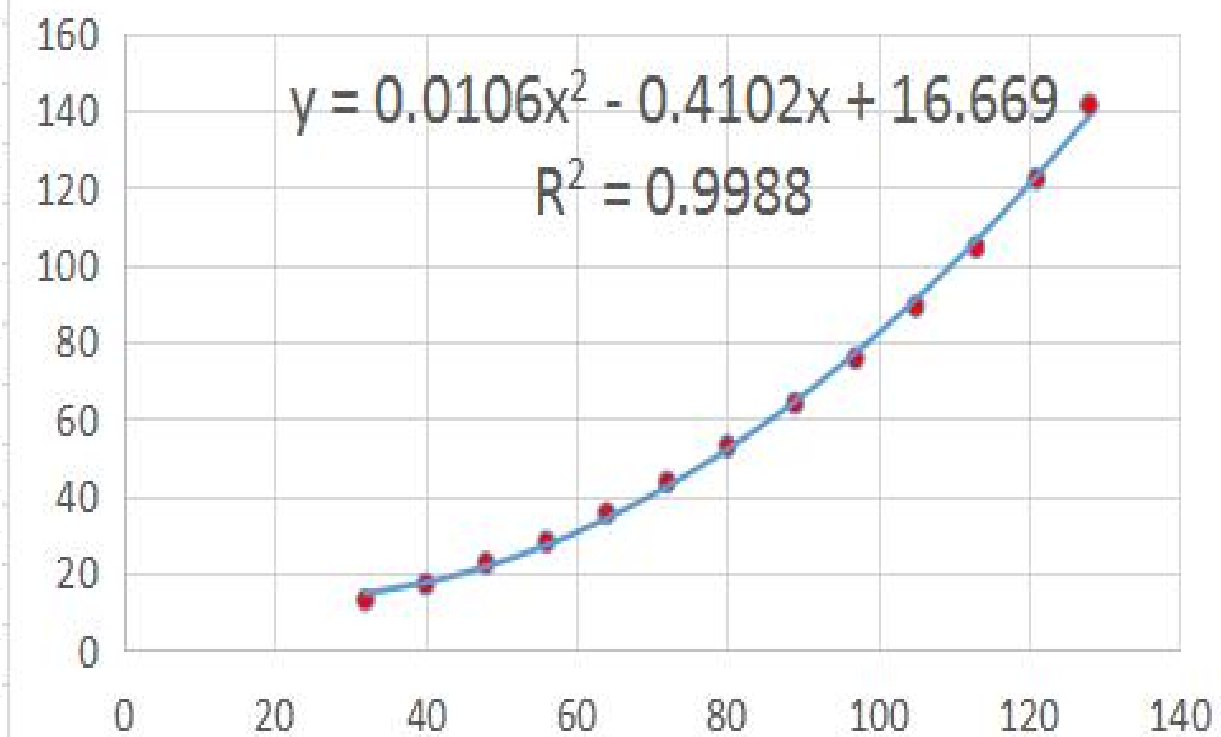
散点图和经验回归函数比较图, 残差图

数

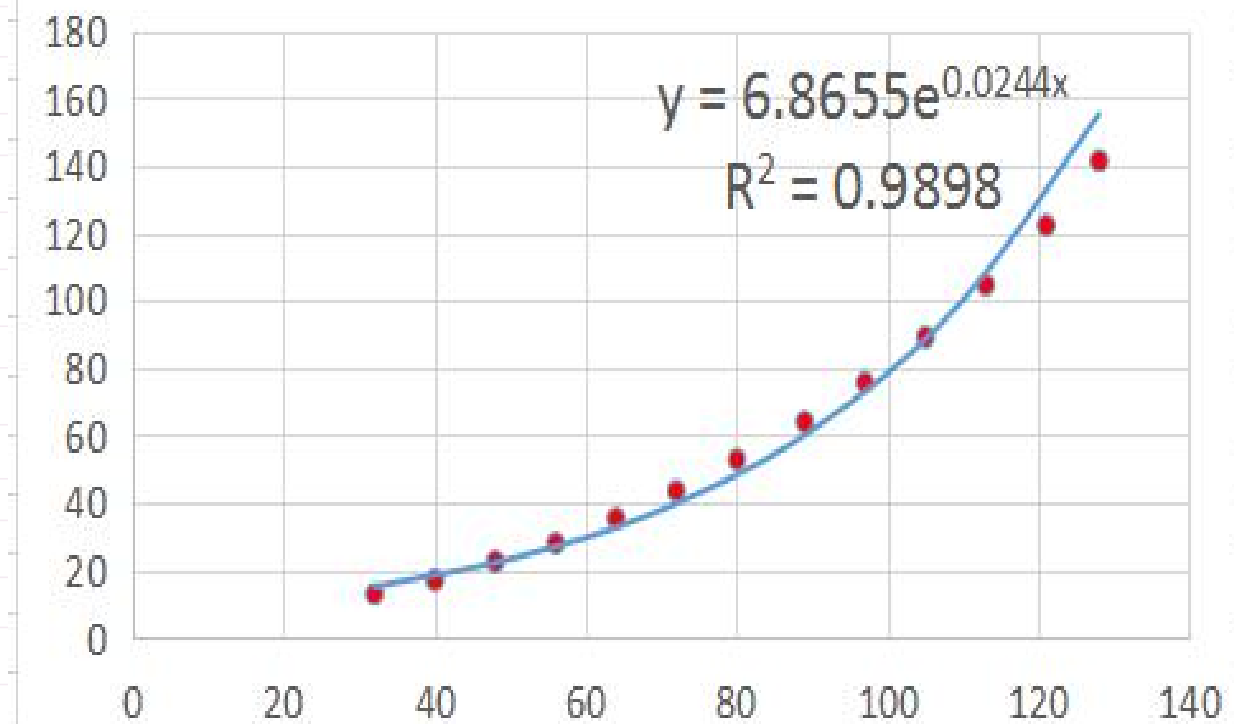
残差平方和, 决定系数  $R^2$

## (四) 检验结果, 改进模型

图表1



图表2



## (五) 回归生活, 应用模型

### 问题6: 法规中的“保持100米以上”是如何计算出来的?

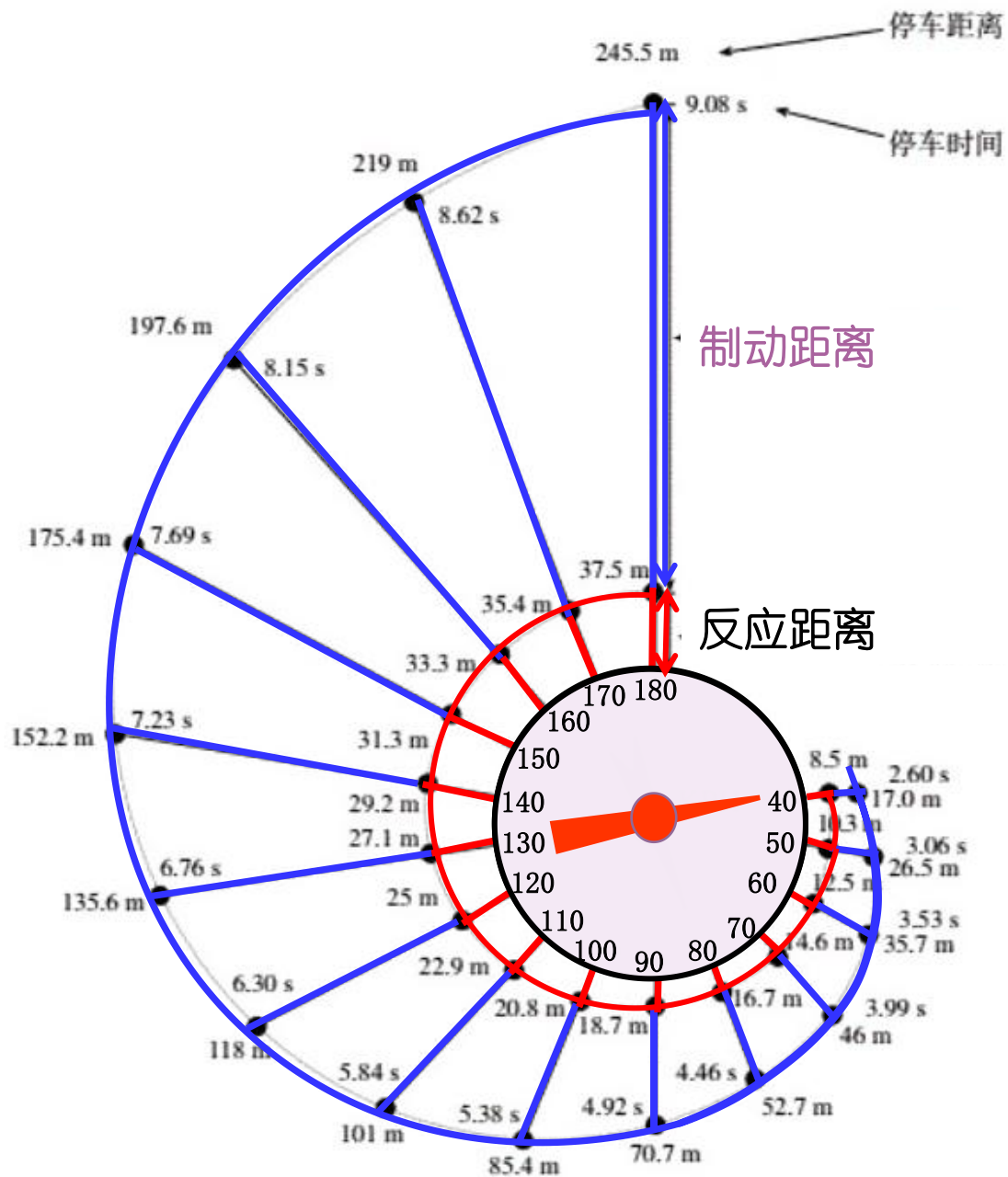
第八十条 机动车在高速公路上行驶, 车速超过每小时100公里时, 应当与同车道前车保持100米以上的距离, 车速低于每小时100公里时....

$$d = 0.0106v^2 - 0.4102v + 16.669$$

车速 $km/h$	停车距离 $m$
60	30.217
100	81.649
120	120.085

车速 $km/h$	停车距离 $m$
64	35.3
105	89.1
121	122.2

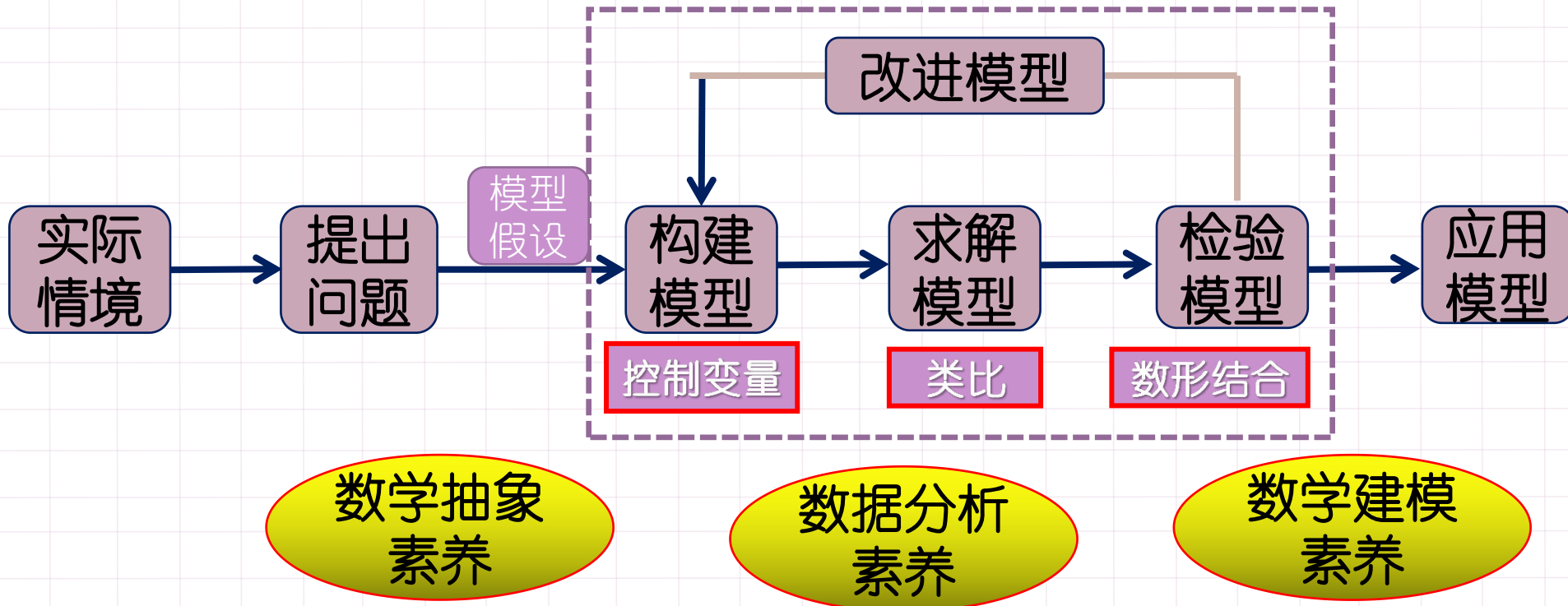
停车距离示意图



问题7：根据我们建立的模型，为行车安全可以提出哪些合理建议？

## (六) 梳理过程，提炼总结

1. 本节课我们一起经历了较为完整的建模过程，数学建模的步骤有哪些？
2. 在数学建模的过程中，关键环节是什么？
3. 在数学建模的过程中，用到了哪些数学思想方法？



## 课堂小结

1. 通过研究紧急刹车的停车距离问题了解数学建模的一般过程；
2. 更理性地认识到停车距离与车速的关系，体会数学建模的意义。