抛物线切线与阿基米德三角形

（一）

姬秀云

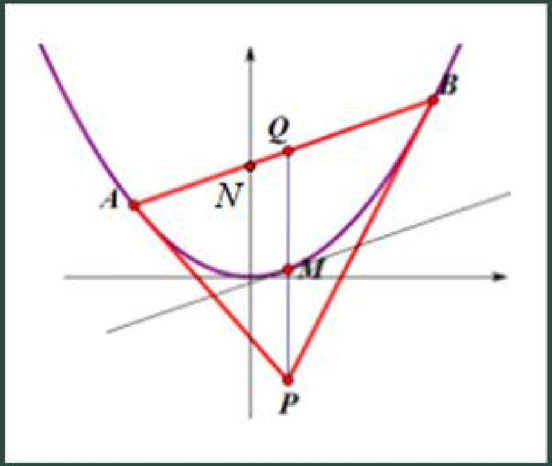
【抛物线切线方程】

设在抛物线 $x^2=2py$ 上任意一点 $A(x_0,y_0)$ 的切线方程为：$xx_0=p(y+y_0)$

【阿基米德三角形】

圆锥曲线的弦与过弦的端点的两条切线所围成的三角形叫做阿基米德三角形。

抛物线的切线方程完全符合二次曲线的切线方程形式,下面我们来分析一下抛物线的切点弦。



如图,过点 $P(x_0,y_0)$ 作抛物线 $x^2=2py$ 的两条切线 PA 和 PB,则切点弦 AB 的方程为:

$xx_0=p(y+y_0)$。

【有以下推论】

(1) $x_0 = x_Q = x_M = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$；

(2) $y_0 + m = 0$；

(3)M 处的切线与 AB 平行；

【特殊的阿基米德三角形】

过抛物线焦点F作抛物线的弦，与抛物线交于A、B两点，分别过A、B两点做抛物线的切线l_1,l_2相交于P点。

那么阿基米德三角形PAB满足以下特性：

1、P点必在抛物线的准线上

2、△PAB为直角三角形，且角P为直角

3、PF ⊥ AB(即符合射影定理)

【对于任意圆锥曲线(椭圆，双曲线、抛物线)均有如下特性】

1、过某一焦点F做弦与曲线交于A、B两点，分别过A、B两点做圆锥曲线的切线l_1,l_2相交于P点。

那么，P必在该焦点所对应的准线上。

2、过某准线与x轴的交点Q做弦与曲线交于A、B两点，

分别过A、B两点做圆锥曲线的切线l_1,l_2相交于P点。

那么，P必在一条垂直于x轴的直线上，且该直线过对应的焦点。

【题型2. 阿基米德三角形的定点定值问题】

例5.(2021·河南月考)已知抛物线$C:x^2=4y$与直线$l:y=kx+b$交于A,B两点.

(1)当$b=4$时,求证:$OA\perp OB$;

(2)当$b=1$时,过A,B两点分别作抛物线C的切线l_1,l_2,交点为M,求证:点M在一条定直线上.

例 6.(2021·山东模拟)已知过抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 作直线 l 交抛物线 C 于 A,B 两点，当直线 l 垂直于 x 轴时，$|AB|=4$.

(1)求抛物线 C 的方程；

(2)过直线 $l':x=-2$ 上一点 M 做抛物线 C 的两条切线，设切点为 P,Q. 求证：直线 PQ 过定点.

例 7.(2021·南明区模拟)

设点 P 为直线 $y=x-3$ 上的动点，过点 P 作抛物线 $x^2=2y$ 的两条切线，切点为 A，B.

(1)证明：直线 AB 过定点；

(2)若以线段 AB 为直径的圆过坐标原点 O，求点 P 的坐标和圆的方程.