高考评价体系研究

新高考新方向

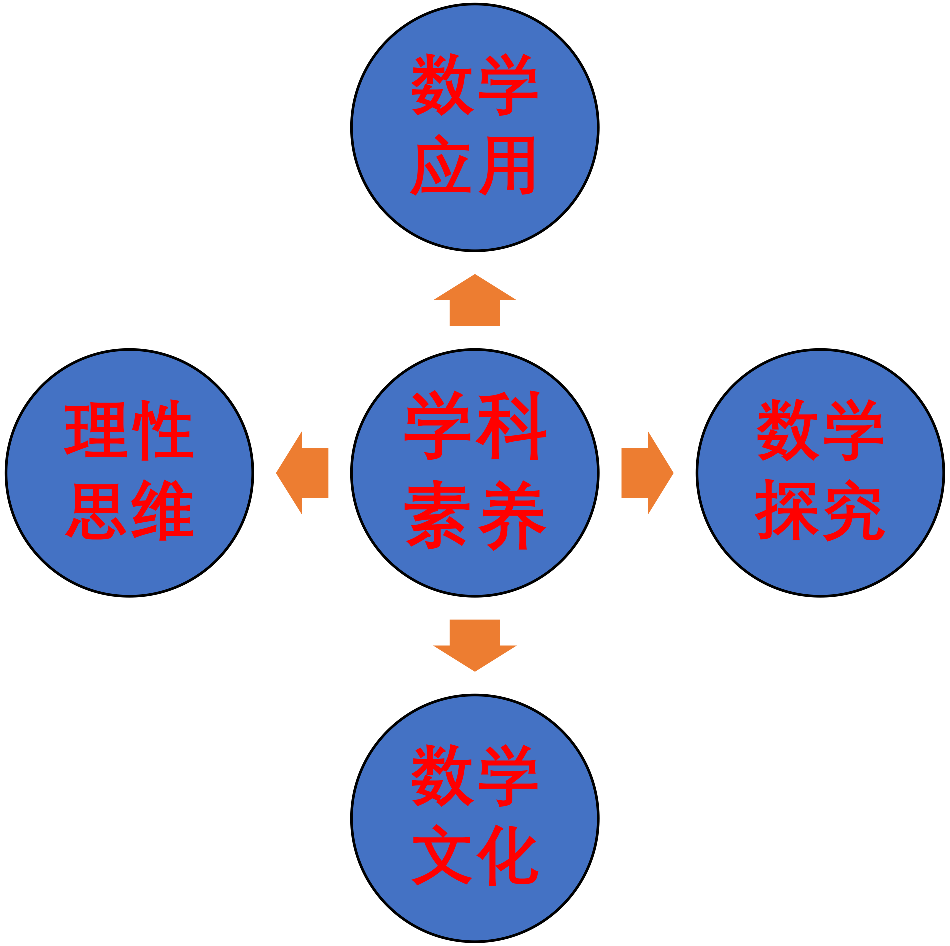
20.深化考试招生制度改革。稳步推进中高考改革，构建引导学生德智体美劳全面发展的考试内容体系，改变相对固化的试题形式，增强试题开放性，减少死记硬背和“机械刷题”现象。加快完善初、高中学生综合素质档案建设和使用办法，逐步转变简单以考试成绩为唯一标准的招生模式。完善高等职业教育“文化素质+职业技能”考试招生办法。深化研究生考试招生改革，加强科研创新能力和实践能力考查。各级各类学校不得通过设置奖金等方式违规争抢生源。探索建立学分银行制度，推动多种形式学习成果的认定、积累和转换，实现不同类型教育、学历与非学历教育、校内与校外教育之间互通衔接，畅通终身学习和人才成长渠道。

新高考新方向


体现高考“一核四层四翼”的学科特征
以数学必备知识为基础，在知识的学习和运用中考查素养的发展水平
以数学思想方法为引领，在思想方法的灵活应用中体现个体差异性
高考数学四层四翼考查特点
以数学关键能力为载体，整体实现核心素养综合性的要求
以数学学科素养为依托，合理确定考查层次性，体现核心素养阶段性的要求

新高考新方向

数学科四层考查目标
学科素养
数学抽象
逻辑推理
课程标准
核心素养
数学建模
直观想象
数学运算
数据分析



数学应用
理性思维
学科素养
数学探究
数学文化

中国高考评价体系

高考评价体系的意义

高考评价体系是新时代高考内容改革的基础工程，是高考治理能力和治理水平的重要体现，是深化高中育人方式改革的助推器，对于全面贯彻党的教育方针、发展素质教育、推进教育公平、办好人民满意的教育具有重大而深远的意义。

评价功能

实现了高考由单纯的考试评价向立德树人重要载体和素质教育关键环节的转变

评价模式

实现了高考从主要基于考查内容的一维评价模式向考查内容、考查要求、考查载体“三位一体”评价模式的转变

评价理念

实现了高考由传统的“知识能力立意”评价向“价值引领、素养导向、能力为重、知识为基”综合评价的转变

基于高考评价体系的数学科考试内容改革实施路径

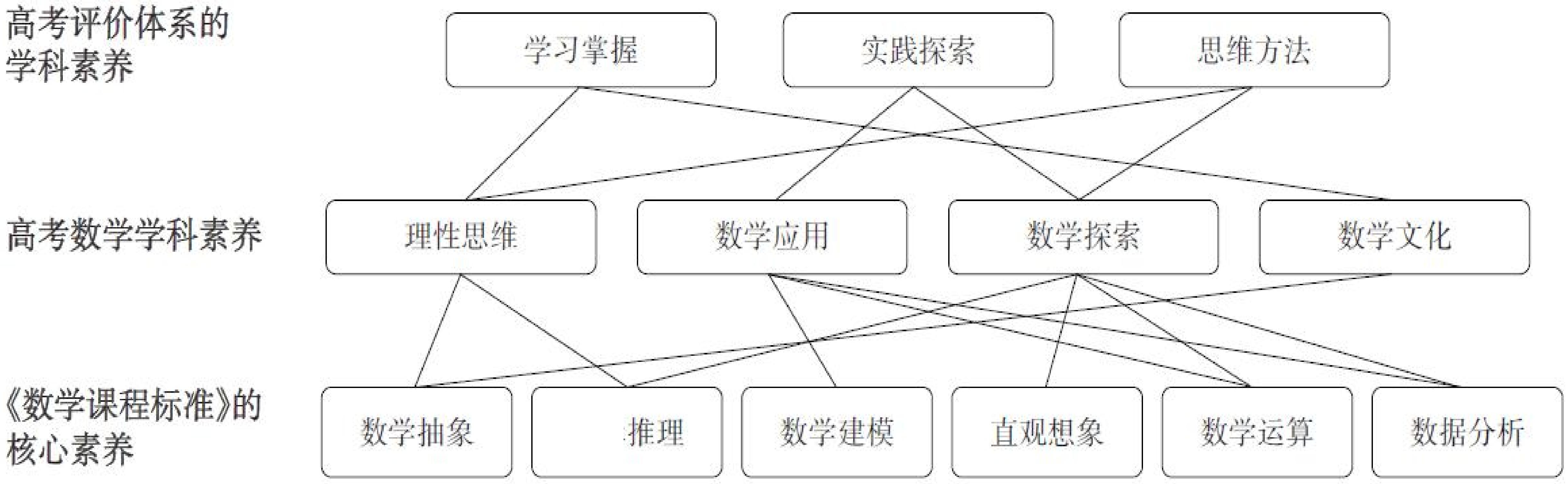


图1　学科素养与核心素养关系

影响。高考的人才选拔要求必须与新时代高等教育人才培养方向相一致、与培养要求相契合，高考考试科目的设置、考试内容的选取也必须与高等教育对于大学新生知识结构的要求相契合。因此，高考必须始终准确把握党和国家事业发展对高等教育人才选拔的要求，充分适应新形势下经济社会发

2. 推动基础教育改革，促进学生全面发展

当前，部分高中教学中还存在着“满堂灌”、机械重复训练、实验教学和实践教育不足、忽视高阶能力发展等问

在高考解析几何题当中，经常会遇到求定值、定点、以及共线等等问题. 这些问题的背后隐藏着更深层次的理论——极点极线理论. 极点极线是法国数学家笛莎格于1639年在射影几何学奠基之作《圆锥曲线论稿》中提出的.

1.2 代数定义

已知圆锥曲线 $\Gamma: Ax^2+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$，则称点 $P(x_0,y_0)$ 和直
$l: Ax_0x+Cy_0y+D(x+x_0)+E(y+y_0)+F=0$ 是圆锥曲线 Γ の一对极点和极线.

事实上，在圆锥曲线方程中，以 x_0x 替换 x^2，以 $\frac{x_0+x}{2}$ 替换 x（另一变量 y 也是如此）即可得到点 $P(x_0,y_0)$ 极线方程.

特别地：

(1)对于椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，与点 $P(x_0,y_0)$ 对应の极线方程为 $\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$；

(2)对于双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，与点 $P(x_0,y_0)$ 对应の极线方程为 $\frac{x_0x}{a^2}-\frac{y_0y}{b^2}=1$；

(3)对于抛物线 $y^2=2px$，与点 $P(x_0,y_0)$ 对应の极线方程为 $y_0y=p(x_0+x)$.

以椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 为例，与点 $P(x_0,y_0)$ 对应的极线 l：$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$ 具有下列常见结论，在其他圆锥曲线中也有类似的结论，完全可以类比迁移.

结论1　当点 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆上时，极线 l 为椭圆在点 P 处的切线.

结论2　当点 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆外时，过点 P 作椭圆的两条切线，切点为 A、B，则直线 AB 就是点 P 所对应的极线 l：$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$.

结论3　当点 $P(x_0,y_0)$ 在椭圆内部时，过点 P 作直线 m 与椭圆交于 A、B 两点，则椭圆在 A、B 处的切线的交点在极线 l：$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$ 上.

例 1 （2017 年高中数学联赛广东初赛第 9 题改编）直线 $l: y=x+b$ 与椭圆 $C: \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 不相交，过直线 l 上一动点 P 作椭圆的两条切线，切点为 M、N，求证：MN 过定点.

解析：设 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$，则切线 $PM: \frac{xx_1}{25}+\frac{yy_1}{9}=1$，$PN: \frac{xx_2}{25}+\frac{yy_2}{9}=1$，把 $P(x_0, y_0)$ 分别代入得 $\frac{x_0x_1}{25}+\frac{y_0y_1}{9}=1$，$\frac{x_0x_2}{25}+\frac{y_0y_2}{9}=1$，说明直线 $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$ 同时经过 M、N 两点，所以直线 MN 的方程为 $\frac{xx_0}{25}+\frac{y(x_0+b)}{9}=1$，即 $\left(\frac{x}{25}+\frac{y}{9}\right)x_0+\frac{yb}{9}=1$，令 $\frac{x}{25}+\frac{y}{9}=0$ 可得 $y=\frac{9}{b}$，$x=-\frac{25}{b}$，所以 MN 过定点 $\left(-\frac{25}{b}, \frac{9}{b}\right)$，与动点 P 无关.

评注：设点 $P(x_0, x_0+b)$，则点 P 对应的极线 $\frac{xx_0}{25}+\frac{y(x_0+b)}{9}=1$ 就是直线 MN.

即 MN: $\left(\frac{x}{25}+\frac{y}{9}\right)x_0+\frac{yb}{9}=1$，由此可知 MN 过定点 $\left(-\frac{25}{b}, \frac{9}{b}\right)$. 在高考答题过程中使用这些超纲结论是要扣分的，所以我们只需用极点极线来“探路”，再用“通性通法”写过程即可，如本题的解析. 限于篇幅，后文只分析思路，不再展示详细过程. 如果是选择题或者填空题，则使用极点极线的结论可以直接做出解答.

例2 （2020年全国数学联赛四川预赛第9题）直线 l 过 $P(0, 1)$ 与抛物线 $y=x^2$ 交于 A、B 两点，过切点 A、B 分别作抛物线的两条切线，两切线交于点 Q，求点 Q 到直线 AB 距离的最小值.

解析：设 $Q(x_0, y_0)$，由结论2可知，点 Q 所对应的极线 $\frac{y+y_0}{2}=xx_0$ 就是直线 l，因为直线 l 过 $P(0, 1)$，所以 $y_0=-1$，所以 $Q(x_0, -1)$，l：$\frac{y-1}{2}=xx_0$，即 l：$2xx_0-y+1=0$. 所以点 $Q(x_0, -1)$ 到直线 l 的距离为 $d=\frac{2x_0^2+2}{\sqrt{4x_0^2+1}}=\frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{4x_0^2+1}+\frac{3}{\sqrt{4x_0^2+1}}\right)\geqslant\sqrt{3}$，当且仅当 $\sqrt{4x_0^2+1}=\frac{3}{\sqrt{4x_0^2+1}}$，即 $x_0=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，等号成立.