立足教材 研究高考

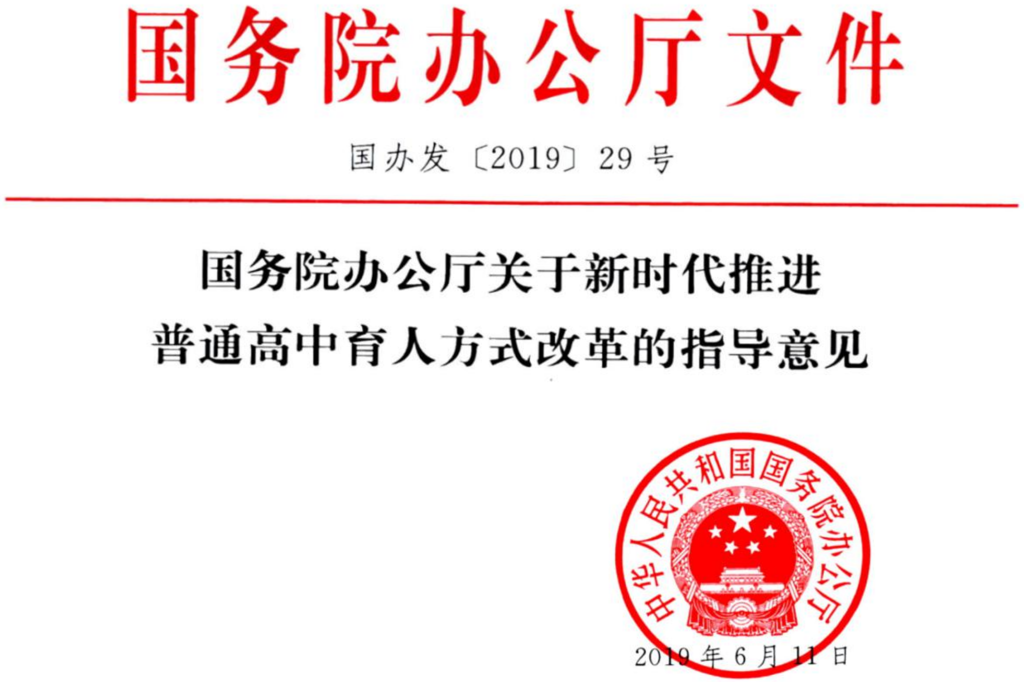
——高考评价体系下的数学命题趋势与教学策略

张红青

2019年 中央、国务院文件

国务院关于印发国家职业教育改革实施方案的通知

中共中央 国务院关于学前教育深化改革规范发展的若干意见



国务院办公厅文件

国办发〔2019〕29 号

国务院办公厅关于新时代推进
普通高中育人方式改革的指导意见

2019 年 6 月 11 日

中共中央 国务院关于深化教育教学改革全面提高义务教育质量的意见

中共中央办公厅 国务院办公厅关于深化新时代学校思想政治理论课改革创新的若干意见

普通高中育人方式改革指导意见

- 总体要求
  - 指导思想
  - 改革目标
- 构建全面培养体系
  - 突出德育时代性
  - 强化综合素质培养
  - 拓宽综合实践渠道
  - 完善综合素质评价
- 优化课程实施
  - 全面实施新课程新教材
  - 完善学校课程管理
- 创新教学组织管理
  - 有序推进选课走班
  - 深化课堂教学改革
  - 优化教学管理
- 加强学生发展指导
  - 注重指导实效
  - 健全指导机制
- 完善考试和招生制度
  - 规范学业水平考试
  - 深化考试命题改革
  - 稳步推进高校招生改革
- 强化师资和条件保障
  - 加强教师队伍建设
  - 改善学校校舍条件
  - 完善经费投入机制
- 切实加强组织领导
  - 坚持党的全面领导
  - 明确部门分工
  - 强化考核督导
  - 营造良好环境

2019年12月，教育部考试中心发布“中国高考评价体系”，为深化新时代高考内容改革和命题工作提供了可靠的理论支撑和实践指南。《中国高考评价体系》《中国高考评价体系说明》

体系主要内容：一核四层四翼

高考命题根本：核心素养

高考命题的载体：情境

2019、2020高考变化

1. 题序动态化；　　动态体系

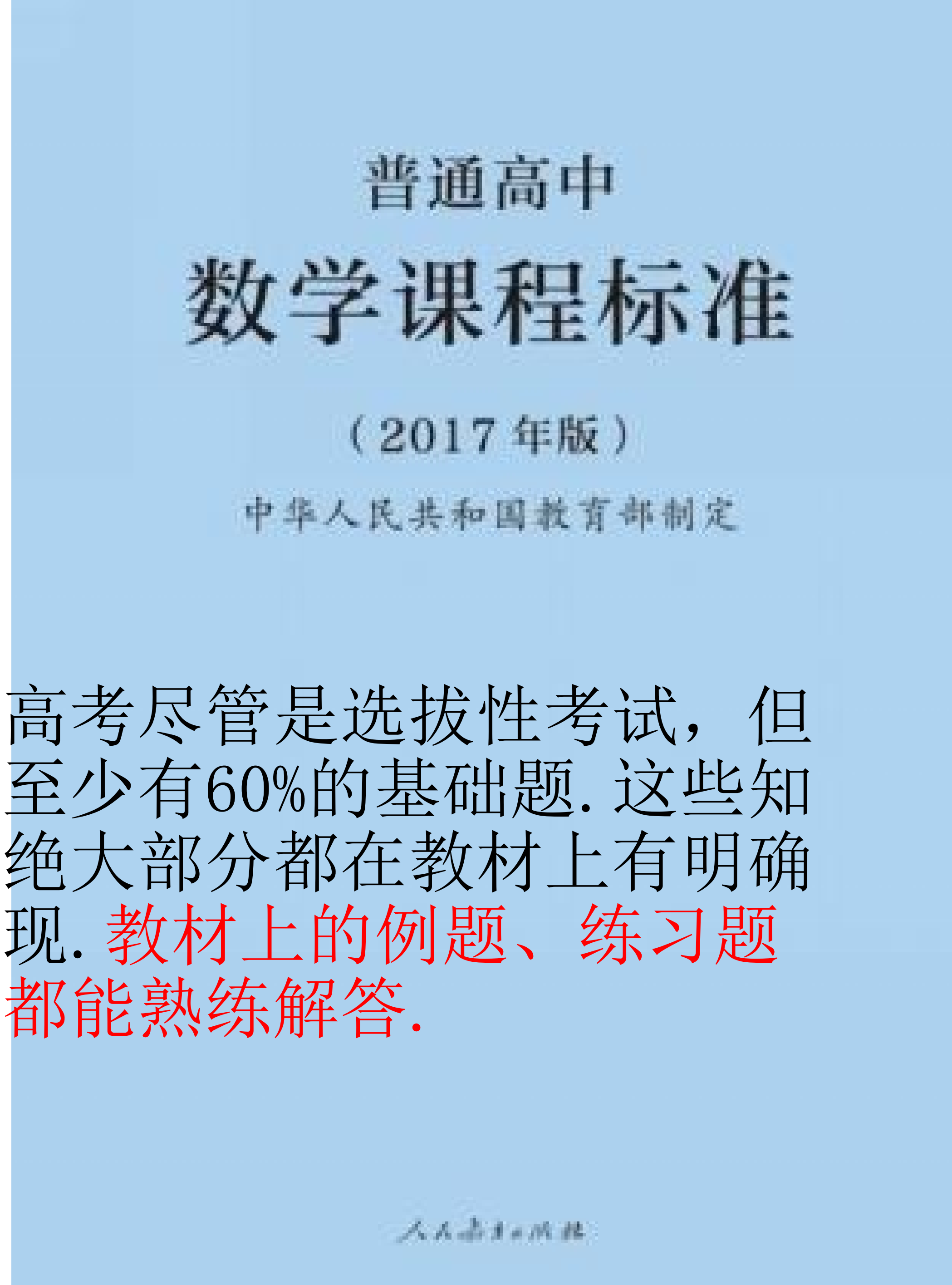
2. 学科融合+知识综合；综合性

3. 复古+借鉴+创新；　传承和创新性

4. 回归教材：　　基础性

5. 情境化！　　应用性

- 在新课改、新时代的背景下，高考数学开启了新征程，2019年、2020年高考试题的变化为2021年高考释放了明显的信号，在创设试题情境时，要结合社会现实，反应数学应用的广阔领域，体现数学文化和数学应用的价值，回归学生发展，回归数学本质，回归教育规律，回归实际背景，考查学生阅读理解能力、知识迁移能力、灵活应用所学数学知识和方法分析问题和解决问题的能力及创新意识，考查学生的数学抽象、数学建模等核心素养.



❖ 高考尽管是选拔性考试，但也至少有60%的基础题. 这些知识绝大部分都在教材上有明确体现. 教材上的例题、练习题要都能熟练解答.

遵循标准，立足教材，探寻源头活水

- 教材既是《标准》具体实施的文本，也是高考命题的源头活水，每年都有大量试题源于教材.我们日常教学应立足教材、激活教材，对教材实施二次开发.
- 一要重视教材上一些基础知识的形成过程.
- 二要加强对教材例、习题的研究与再创.通过改造、重组、变式、拓展等方式，充分挖掘教材上典型例、习题在深化认知、培养思维、发展能力、提升素养等方面的训练价值.
- 三是要充分发掘教材上阅读材料、背景素材的训练价值.

圆锥曲线

小题中考查直线与圆、双曲线及抛物线的标准方程和几何性质为主旋律，解答题考查椭圆及椭圆与直线的位置关系等综合性问题为主，考查抛物线及抛物线与直线的位置关系等综合性问题为辅，命题变换空间较大，面积问题、定点问题、定值问题、存在性问题、求参数问题等等。

命题趋向

1. 从命题的形式上来看

中低档问题主要面对圆锥曲线的相关定义、标准方程和简单的几何性质为主、中高档问题主要面对直线与圆锥曲线的位置关系、轨迹方程的求解、圆锥曲线与函数、向量、导数、不等式等知识的综合问题，深入考查定点、定值、最值类型的问题；图形的选择，会继续呈现多曲线交融的问题，需要考生利用题目条件中的数学语言结合曲线的定义转化翻译得到，起到评价学生利用数学语言表达的能力.

2. 从设问特点来看

会保持近几年高考题以及数学竞赛试题中热点问题的共性特点：解析几何问题中突出侧重几何关系本质的渗透与考查. 这种命题设计的特点是问题的背景围绕着几何特征来设定，解决方式要体现代数语言描述几何关系的特点，既关注了数学的几何本质挖掘，也训练了学生的代数运算表达能力.

3. 从学科素养评价的特点来看

借助猜想、运算、归纳、推理等方式，深入挖掘解析几何中，动点在运动变化的过程中，运动变化的规律稳定不变的本质属性，实现对直观想象、数学运算、数学抽象、逻辑推理等核心素养的培养.

（能力立意）

近三年
高考情况
综述

（素养导向）

从考察知识的角度
（核心知识）
- 定义
- 标准方程
- 几何性质
- 直线与曲线的位置关系
- 几何证明

从考察能力的角度
（关键能力）
- 直观想象能力
- 逻辑推理能力
- 运算求解能力

从考察思想的角度
（学科思想）
- 坐标思想-数形结合和转化思想
- 变换与不变量思想
- 函数与方程（待定系数）思想
- 分类与整合思想

从学生问题的角度
- 基本概念不清晰、基本方法不熟练
- 运算能力、作图能力、推理能力等欠缺
- 目标意识、规范意识薄弱

数学核心素养的具体体现

教学策略：

1. 体会坐标思想

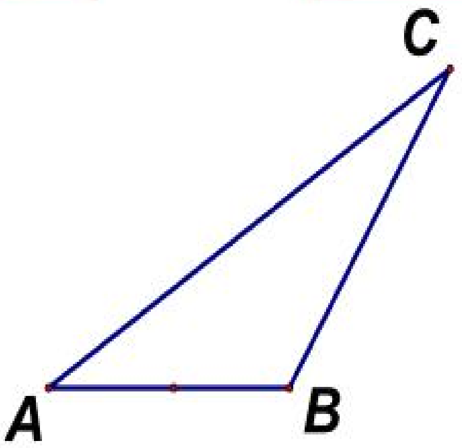
(江苏2008— 13)

满足条件$AB=2, AC=\sqrt{2}BC$的三角形ABC的面积的最大值为 ▲

动点运动 —— 形成轨迹

P（x, y） —— f(x, y)=0

几何特征 —— 代数形式



$$BC=x, AC=\sqrt{2}x,$$

$$4=x^2+(\sqrt{2}x)^2-2\sqrt{2}x^2\cos C,$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2\sin C$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\bullet\frac{4}{3-2\sqrt{2}\cos C}\bullet\sin C$$

$$=2\sqrt{2}\bullet\frac{\sin C}{3-2\sqrt{2}\cos C}$$

$$\cos B=\frac{4+x^2-(\sqrt{2}x)^2}{4x}$$

$$=\frac{4-x^2}{4x},$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\bullet 2x\bullet\sqrt{1-\cos^2 B}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{128-(x^2-12)^2}$$

$$(2\sqrt{2}-2<x<2\sqrt{2}+2)$$

教学策略：

2. 挖掘教材例题习题价值

圆锥曲线定义

焦点三角形

抛物线焦点弦

动态图形探究

……

提炼思想 → 提升思维

忆模

研模

用模

以微专题的形式提升思维，

从而达到破难点、强重点、避错点

教学策略：

3. 注重通法 强化五种意识

纵观近几年高考试题，考查圆锥曲线的定义、离心率、准线、焦点、标准方程等基础性知识点的试题随处可见，这些试题大多以选择题、填空题或解答题的第一问等形式呈现，着重考查数学的基础知识、基本技能、基本方法．因此，解析几何的复习要狠抓基础，熟练方法．**对待定系数法、数形结合、求轨迹的几种常见方法、定点、定值、最值等基本方法牢固掌握**；深刻理解定义的实质，才能做到自如运用．整个解析几何复习要**强化五种意识，活用四种思想．**

教学策略：

4. 研究高考试题

2018年全国理科1卷19题源自2015年北京卷或2015年全国卷

2018年全国理科1卷19题

设椭圆C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$的右焦点为F，过F的直线l与C交于A，B两点，点M的坐标为$(2,0)$.

（1）当l与x轴垂直时，求直线AM的方程；

（2）设O为坐标原点，证明：$\angle OMA=\angle OMB$.

2015年北京市高考数学试卷（理科）19题

已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，点P（0，1）和点A（m，n）（m≠0）都在椭圆C上，直线PA交x轴于点M.

（Ⅰ）求椭圆C的方程，并求点M的坐标（用m，n表示）；

（Ⅱ）设O为原点，点B与点A关于x轴对称，直线PB交x轴于点N，问：y轴上是否存在点Q，使得∠OQM=∠ONQ？若存在，求点Q的坐标，若不存在，说明理由.

2015年全国理科1卷20题

在直角坐标系xoy中，曲线C：$y=\frac{x^2}{4}$与直线$y=kx+a$（a＞0）交与M，N两点，

（Ⅰ）当k=0时，分别求C在点M和N处的切线方程；

（Ⅱ）y轴上是否存在点P，使得当k变动时，总有∠OPM=∠OPN？说明理由.