两角和与差正弦、余弦、正切专题

数学组 周长东

今天重点讲解四类问题：

1.正用、逆用、变形公式化简求值
2.恰当利用角的变换进行求值
3.给值求角
4.辅助角公式的应用

一. 正用、逆用、变形公式化简求值

1. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)$，则 $\tan\alpha=$ ____.

变：若 $\sin(\theta+24^0)=\cos(24^0-\theta)$，则 $\tan(\theta+60^0)$

解：$\because \sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$

$\frac{1}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha$

$(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2})\sin\alpha=(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2})\cos\alpha$

$\tan\alpha=-1$.

变：$\because \sin(\theta+24^\circ)=\cos(24^\circ-\theta)$

$\sin\theta\cos24^\circ+\cos\theta\sin24^\circ=\cos24^\circ\cos\theta+\sin24^\circ\sin\theta$

$(\cos24^\circ-\sin24^\circ)\sin\theta=(\cos24^\circ-\sin24^\circ)\cos\theta$

$\tan\theta=-1$.

$\tan(\theta+60^\circ)=\frac{\tan\theta+\tan60^\circ}{1-\tan\theta\tan60^\circ}=2-\sqrt{3}$

例 1. $\dfrac{\sin 58^\circ + \cos 60^\circ \sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} =$ ________.

$$\frac{\sin 58^\circ + \cos 60^\circ \sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} = \frac{\sin\left(60^\circ - 2^\circ\right) + \cos 60^\circ \sin 2^\circ}{\cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\sin 60^\circ \cos 2^\circ - \cos 60^\circ \sin 2^\circ + \cos 60^\circ \sin 2^\circ}{\cos 2^\circ}$$

$$= \frac{\sin 60^\circ \cos 2^\circ}{\cos 2^\circ} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

异角化同角

空中课堂

切化弦

提升

1. $\tan 20^0 + 2\dfrac{\sin 40^0}{\cos 20^0}$

$= \dfrac{\sin 20^\circ + 2\sin 40^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sin 20^\circ + 2\sin(60^\circ - 20^\circ)}{\ldots}$

$= \sin \ldots$

$= \sqrt{3}$

$\dfrac{\sin 40^\circ + \cos 10^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sin(30^\circ + 10^\circ) + \cos 10^\circ}{\cos(30^\circ - 10^\circ)}$

$= \dfrac{\frac{3}{2}\cos 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 10^\circ + \frac{1}{2}\sin 10^\circ}$

$= \sqrt{3}$.

2. $\dfrac{\sin 40^0}{\cos 20^0} + \cos 10^0 + \tan 20^0 \sin 10^0$

$= \dfrac{\sin 40^\circ}{\cos 20^\circ} + \cos 10^\circ + \dfrac{\sin 20^\circ \sin 10^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sin 40^\circ + \cos 20^\circ \cos 10^\circ + \sin 20^\circ \sin 10^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sin 40^\circ + \cos 10^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sin(60^\circ - 20^\circ) + \cos(30^\circ - 20^\circ)}{\cos 20^\circ}$

$= \dfrac{\sqrt{3}\cos 20^\circ}{\cos 20^\circ}$

$= \sqrt{3}$

例题 2、已知 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{2}{3}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{2}{5}$，

则 $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$ 的值为____；

解：$\sin(\alpha+\beta)=\frac{2}{3}$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{2}{5}$，

即：$\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{2}{3}\\ \sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{2}{5}\end{cases}$，解得：$\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta=\frac{8}{15}\\ \cos\alpha\sin\beta=\frac{2}{15}\end{cases}$，

所以 $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}}=\frac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\sin\beta}=\frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{15}}=4$.

空中课堂

已知$2\sin\alpha+3\sin\beta=3, 2\cos\alpha+3\cos\beta=4$

求$\cos(\alpha-\beta)$的值.

$$\begin{cases}2\sin\alpha+3\sin\beta=3\\2\cos\alpha+3\cos\beta=4\end{cases}$$

$4+12\sin\alpha\sin\beta+12\cos\alpha\cos\beta+9=25$

$12\cos(\alpha-\beta)=12$

$\therefore\cos(\alpha-\beta)=1$

已知$\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=0, \cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0$

则$\cos(\alpha-\beta)$ $=-\dfrac{1}{2}$

$$\begin{cases}\sin\alpha+\sin\beta=-\sin\gamma\\\cos\alpha+\cos\beta=-\cos\gamma\end{cases}$$

跟踪 2. $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{1}{3}$，$\cos\alpha-\cos\beta=\dfrac{1}{2}$，则$\cos(\alpha+\beta)=$ $\dfrac{59}{72}$

提升

16．若 $\sin x+\sin y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\cos x+\cos y$ 的取值范围是 $\left[-\dfrac{\sqrt{14}}{2},\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right]$

令 $\begin{cases}\cos x+\cos y=t & ① \\ \sin x+\sin y=\dfrac{\sqrt{2}}{2} & ②\end{cases}$　$-2\le t\le 2$.

①^2+②^2：$1+1+2(\sin x\sin y+\cos x\cos y)=\frac{1}{2}+t^2$

$\therefore t^2=2\cos(x-y)+\frac{3}{2}$

$\therefore 0\le t^2\le \frac{7}{2}$

$-\frac{\sqrt{14}}{2}\le t\le \frac{\sqrt{14}}{2}$. 又 $-2\le t\le 2$

$\therefore -\frac{\sqrt{14}}{2}\le t\le \frac{\sqrt{14}}{2}$.

正用

(1) $\tan 15^\circ$ $\quad 2-\sqrt{3}$

逆用

(2) $\dfrac{\sqrt{3}-\tan 15^\circ}{1+\sqrt{3}\tan 15^\circ}=\dfrac{\tan}{1+t}$ 变

左边同除以 $a\cos\dfrac{\pi}{5}$ 得：

$$\frac{\tan\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{b}{a}}{1-\dfrac{b}{a}\tan\dfrac{\pi}{5}}=\tan\left(\frac{\pi}{5}+\frac{\pi}{3}\right)$$

$$=\frac{1+\tan 15^\circ}{1-\tan 15^\circ}$$

$$=\frac{\tan 45^\circ+\tan 15^\circ}{1-\tan 45^\circ\cdot\tan 15^\circ}$$

特殊值

特殊角

$$=\tan 60^\circ$$

$$=\sqrt{3}$$

附加题 1. 在数学解题中，时常会碰到形如“ $\dfrac{x}{1-}$

子，它与“两角和的正切公式”的结构类似. 若 a

数，且满足 $\dfrac{a\sin\dfrac{\pi}{5}+b\cos\dfrac{\pi}{5}}{a\cos\dfrac{\pi}{5}-b\sin\dfrac{\pi}{5}}=\tan\dfrac{8\pi}{15}$，则 $\dfrac{b}{a}=$

$$\tan(15^0+30^0)=\frac{\tan 15^0+\tan 30^0}{1-\tan 15^0\tan 30^0}$$

变形用

(3) $\tan 15^\circ+\tan 30^\circ+\tan 15^\circ\tan 30^\circ$

$=\tan 45^0(1-\tan 15^0\tan 30^0)+\tan 15^0\tan 30^0$

$=1$

$\tan\frac{\pi}{4}=1$

$\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

$\tan()+\tan()+\square\cdot\tan()\tan()$

$\tan\alpha+\tan\beta=\tan(\alpha+\beta)(1-\tan\alpha\tan\beta)$

$\tan\alpha-\tan\beta=\tan(\alpha-\beta)(1+\tan\alpha\tan\beta)$

例题 3. $\tan 70° - \tan 10° - \sqrt{3}\tan 70°\tan 10° =$ ____.

跟踪 3. $\tan 17°\tan 13° + \sqrt{3}(\tan 17° + \tan 13°) =$ ____.

14. 在△ABC 中，$\tan A + \tan B + \tan C = 3\sqrt{3}$，$\tan^2 B = \tan A \cdot \tan C$ 则∠B=

例3.

$= \tan(70°-10°)(1+\tan 70°\tan 10°) - \sqrt{3}\tan 70°\tan 10°$

$= \tan 60°(1+\tan 70°\tan 10°) - \sqrt{3}\tan 70°\tan 10°$

$= \sqrt{3}$

跟踪3.

$= \tan 17°\tan 13° + \sqrt{3}\tan 30°(1-\tan 17°\tan 13°)$

$= \tan 17°\tan 13° + (1-\tan 17°\tan 13°)$

$= 1.$

$\because \tan A + \tan B + \tan C = 3\sqrt{3}$

$\therefore \tan(A+C)(1-\tan A\tan C) + \tan B = 3\sqrt{3}$

$\therefore -\tan B(1-\tan^2 B) + \tan B = 3\sqrt{3}$

$\therefore \tan^3 B = 3\sqrt{3} = (\sqrt{3})^3$

$\therefore \tan B = \sqrt{3}$

又 $0 < B < \pi$

$\therefore B = \frac{\pi}{3}.$

分析式子结构，找到变形方向

变形应用公式，消除非特殊角

变：若$\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$，$(1+\tan\alpha)\cdot(1+\tan\beta)=$

变：若$\alpha+\beta=\frac{3\pi}{4}$，$(1-\tan\alpha)\cdot(1-\tan\beta)=$

$(1+\tan1°)(1+\tan2°)(1+\tan3°)\cdots(1+\tan44°)(1+\tan45°)$的值.

2^{23}

二. 恰当利用角的变换进行求值

跟踪训练 1. 已知 $\alpha \in (0,\pi)$ 且 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}$. 则

$\sin\alpha=$__________.

因为 $\alpha\in(0,\pi)$，所以 $\alpha-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$，

当 $\alpha-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},0\right]$ 时，$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)>\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}>\frac{3}{5}$；

当 $\alpha-\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right)$ 时，$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)<0$；

因为 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}$，所以 $0<\alpha-\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$，所以 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$；

因此 $\sin\alpha=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\cos\frac{\pi}{6}+\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6}$

$=\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{4\sqrt{3}+3}{10}$.

关注角的范围

空中课堂

例题 2、若 $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$， $\alpha\in(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6})$，

$\tan(\beta+\frac{\pi}{3})=4$， 则 $\tan(\alpha-\beta)=$________.

异名化同名

解： $\sin\alpha+\sqrt{3}\cos\alpha=2\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\therefore\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\because\alpha\in\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$, $\therefore\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$,

$$\tan(\alpha-\beta)=\tan\left[\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\left(\beta+\frac{\pi}{3}\right)\right]=\frac{\frac{1}{2}-4}{1+2}=-\frac{7}{6}.$$

跟踪2．已知锐角 α，β 满足 $\sin(2\alpha+\beta)=3\sin\beta$，

则 $\tan(\alpha+\beta)\cot\alpha=$________.

锐角 α，β 满足 $\sin(2\alpha+\beta)=3\sin\beta$

变形可得 $\sin[(\alpha+\beta)+\alpha]=3\sin[(\alpha+\beta)-\alpha]$

由正弦和角与差角公式展开可得

$\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=3\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha-3\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)$

合并化简可得 $4\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha$

等式两边同时除以 $2\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha$

可得 $2\tan\alpha=\tan(\alpha+\beta)$

即 $\tan(\alpha+\beta)\cot\alpha=2$

三角函数式的化简

1．化简原则

（1）一看角之间的差别与联系，把角进行合理的拆分，正确使用公式；

（2）二看函数名称之间的差异，确定使用的公式，常见的有“切化弦”；

（3）三看结构特征，找到变形的方向，常见的有“遇到分式要通分”．

2．化简方法

（1）切化弦；

（2）异名化同名；

（3）异角化同角；

【方法技巧】

(1)三角化简的常用方法：异名三角函数化为同名三角函数，异角化为同角，切化弦，特殊值与特殊角的三角函数互化．

(2)三角化简的标准：三角函数的角与名称尽量少，项数最少，最好不含分母，能求值的尽量求值．

(3)在化简时要注意角的取值范围．

三.给值求角

例题 1、已知锐角 α 、 β 满足 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

$\cos\beta=\frac{3\sqrt{10}}{10}$， 则 $\alpha+\beta=$ ________.

$\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\sin\beta=\frac{\sqrt{10}}{10}$， $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\bullet\cos\beta-\sin\alpha\bullet\sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 所以 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$.

跟踪训练 1. 已知锐角 α,β 满足，

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin(\alpha-\beta)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$ 则 β 等于____.

$\because$锐角 α, β 满足 $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin(\alpha-\beta)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos(\alpha-\beta)=\sqrt{1-\sin^2(\alpha-\beta)}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$$\sin\beta=\sin(\alpha-(\alpha-\beta))$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\beta=\frac{\pi}{4}$$

通过求角的某种三角函数值来求角，
在选取函数名时，有以下原则：
（1）已知正切函数值，则选正切函数.
（2）已知正、余弦函数值，则选正弦或余弦函数.

若角的范围是 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ ，则选正、余弦皆可；

若角的范围是(0，π)，则选余弦较好；

若角的范围为$(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2})$，则选正弦较好.

四. 辅助角的应用

例1.求函数$f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{2}-x)$的最大值

$f(x)=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\sin x$

$=\frac{3}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

$=\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{6})$

$\therefore f(x)_{max}=\sqrt{3}$.

$f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x+\frac{\pi}{3})$

跟踪1.求函数$f(x)=\frac{1}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})+\cos(x-\frac{\pi}{6})$的最大值

$f(x)=\frac{1}{5}(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x$

$=\frac{3}{5}\sin x+\frac{3\sqrt{3}}{5}\cos x$

$=\frac{6}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})$

$\therefore f(x)_{max}=\frac{6}{5}$

解法二：$\because \cos(x-\frac{\pi}{6})=\cos(\frac{\pi}{6}-x)$

又 $\frac{\pi}{6}-x=\frac{\pi}{2}-(x+\frac{\pi}{3})$

$\therefore f(x)=\frac{1}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})+\sin(x+\frac{\pi}{3})$

$\therefore f(x)=\frac{6}{5}\sin(x+\frac{\pi}{3})$

空中课堂

4．已知角α的顶点在原点，始边与x轴的正半轴重合，终边经过点$P\left(-3,\sqrt{3}\right)$，若函数$f(x)=\sin(x+\alpha)+\cos(x+\alpha)$（$x\in\mathbf{R}$）的图像关于直线$x=x_0$对称，则$\tan x_0=$______.

$$f(x)=\sin(x+\alpha)+\cos(x+\alpha)=\sqrt{2}\sin\left(x+\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$$

图像关于直线$x=x_0$对称，则$x_0+\alpha+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\ \therefore x_0=\dfrac{\pi}{4}-\alpha+k\pi,k\in Z$

角α终边经过点$P\left(-3,\sqrt{3}\right)$，故$\tan\alpha=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$\tan x_0=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\alpha+k\pi\right)=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=2+\sqrt{3}$$

三角变换中的对偶式

（15）设当 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)=\sin x-2\cos x$ 取得最大值，则 $\cos\theta=$ ________.

$f(x)=\sqrt{5}\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\sin x-\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos x\right)$

令 $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\varphi=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\varphi\in(0,\frac{\pi}{2})$

则 $f(x)=\sqrt{5}\sin(x-\varphi)$

当 $x=\theta$ 时，$f(x)_{max}=f(\theta)=\sqrt{5}\sin(\theta-\varphi)=\sqrt{5}$.

路线1：$\therefore \sin(\theta-\varphi)=1$. $\therefore \cos(\theta-\varphi)=0$

$\cos\theta=\cos[(\theta-\varphi)+\varphi]$

$=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

路线2. 由 $\sin(\theta-\varphi)=1$ 知. $\theta-\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$

$\therefore \theta=\frac{\pi}{2}+\varphi+2k\pi$，$k\in Z$

$\therefore \cos\theta=\cos(\frac{\pi}{2}+\varphi+2k\pi)$

$=-\sin\varphi$

$=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

构建对偶式

$\because \sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$ ①

令 $\cos\theta+2\sin\theta=t$ ②

①^2+②^2 得：$t^2=0$

$t=0$.

$\therefore \cos\theta+2\sin\theta=0$ ③

①×2 得：

$2\sin\theta-4\cos\theta=2\sqrt{5}$. ④

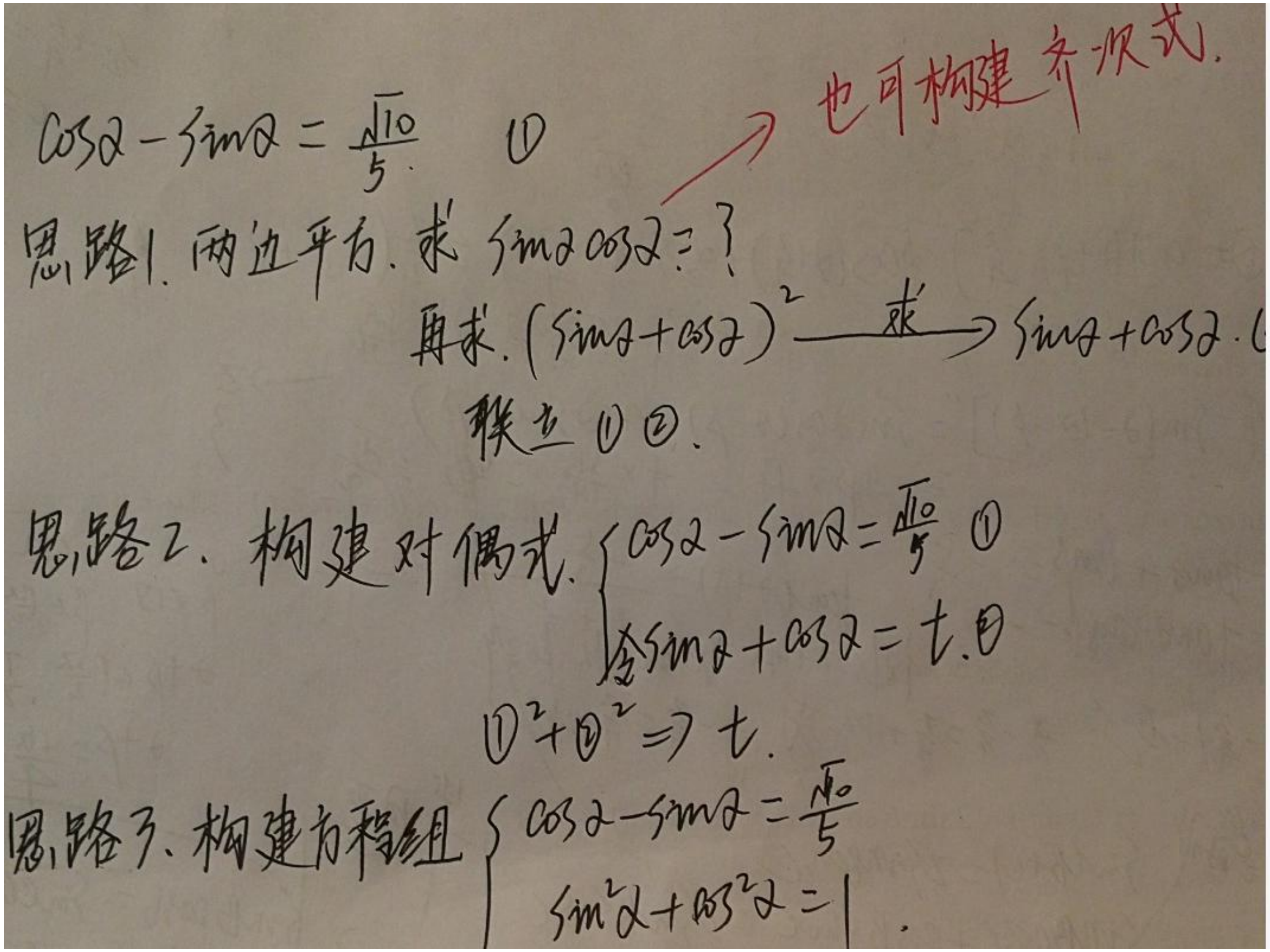
③−④ 得：

$5\cos\theta=-2\sqrt{5}$

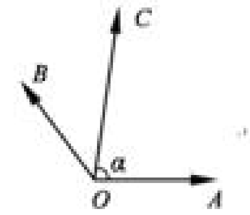
$\cos\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

三角变换中的对偶式

练习：已知$\alpha \in (0,\frac{\pi}{2})$，且$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}\sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$, 则$\tan\alpha =$ ____.



2．在同一个平面内，向量$\overline{OA},\overline{OB},\overline{OC}$的模分别为$1,1,\sqrt{2}$，$\overline{OA}$与$\overline{OC}$的夹角为$\alpha$，且$\tan\alpha=7$，$\overline{OB}$与$\overline{OC}$的夹角为$45^\circ$，若$\overline{OC}=m\overline{OA}+n\overline{OB}(m,n\in R)$，则$m+n=$_________．



以OA为x轴，建立直角坐标系，则$A(1,0)$，由$\overline{OC}$的模为$\sqrt{2}$与$\overline{OA}$与$\overline{OC}$的夹角为α，

且$\tan\alpha=7$知，$\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{10},sin\alpha=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，可得

$C\left(\frac{1}{5},\frac{7}{5}\right),B\left(\cos\left(\alpha+45^\circ\right),sin\left(\alpha+45^\circ\right)\right)$，$\therefore B\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$，由$\overline{OC}=m\overline{OA}+n\overline{OB}$可得

$\left(\frac{1}{5},\frac{7}{5}\right)=\left(m-\frac{3}{5}n,\frac{4}{5}n\right),\begin{cases}\frac{1}{5}=m-\frac{3}{5}n\\\frac{7}{5}=\frac{4}{5}n\end{cases}$ $m=\frac{5}{4},n=\frac{7}{4}$，$\therefore m+n=3$，故答案为3．

3．在角θ_1、θ_2、θ_3、…、θ_{30}的终边上分别有一点P_1、P_2、P_3、…、P_{30}，如果点P_k的坐标为

$\left(\sin\left(15°-k°\right),\sin\left(75°+k°\right)\right)$**，**$1\le k\le 30$**，**$k\in\mathbf{N}$**，则**$\cos\theta_1+\cos\theta_2+\cos\theta_3+\cdots+\cos\theta_{30}=$______**.**

$P_k\left(sin(15°-k°),sin(75°+k°)\right)$，即$P_k\left(\sin\left(15°-k°\right),\cos\left(15°-k°\right)\right)$

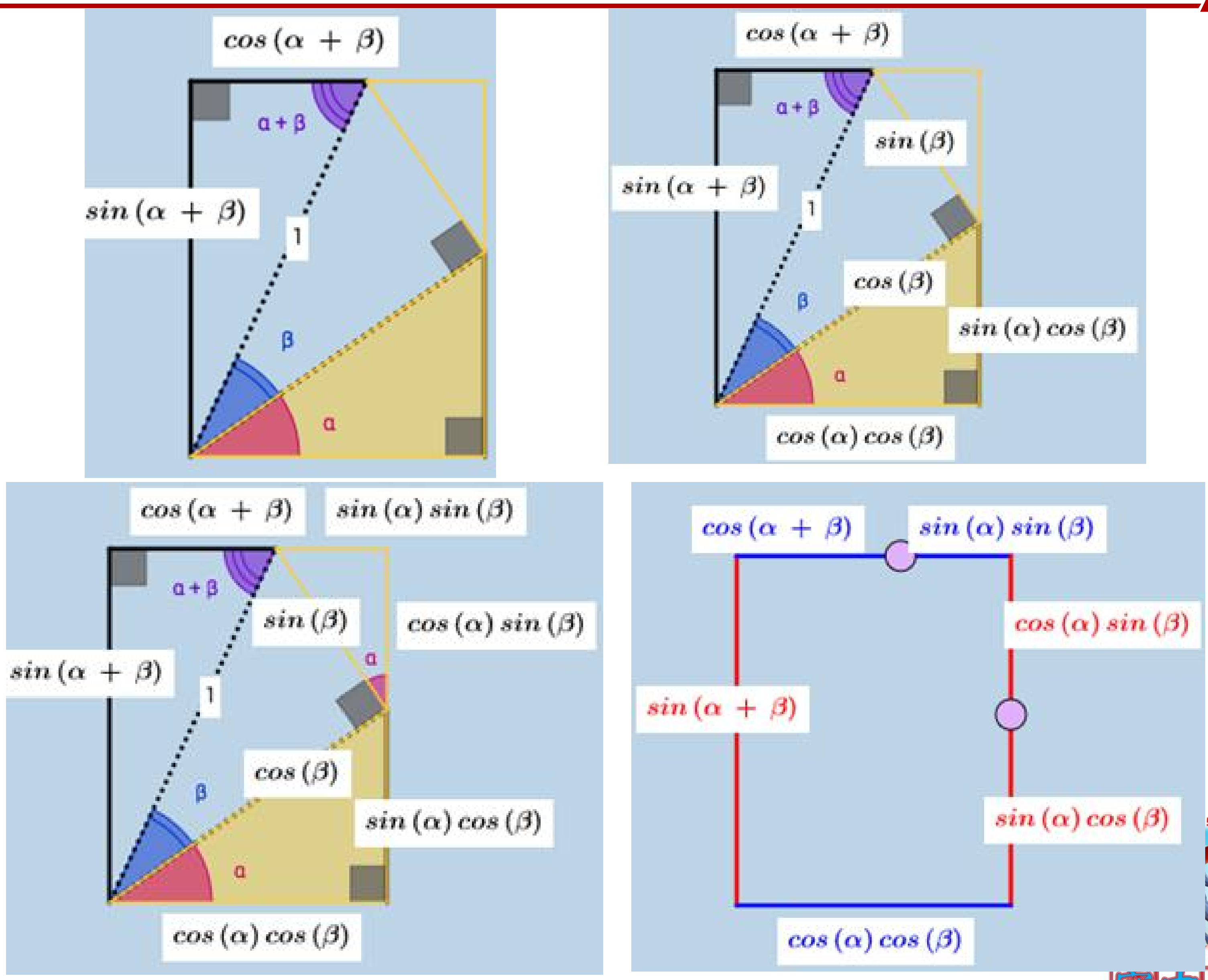
由三角函数定义知$\cos\theta_k=\sin\left(15°-k°\right)$

$cos\theta_1+cos\theta_2+cos\theta_3+\cdots+cos\theta_{30}=\sin 14°+\sin 13°+\cdots+\sin\left(-14°\right)+\sin\left(-15°\right)$

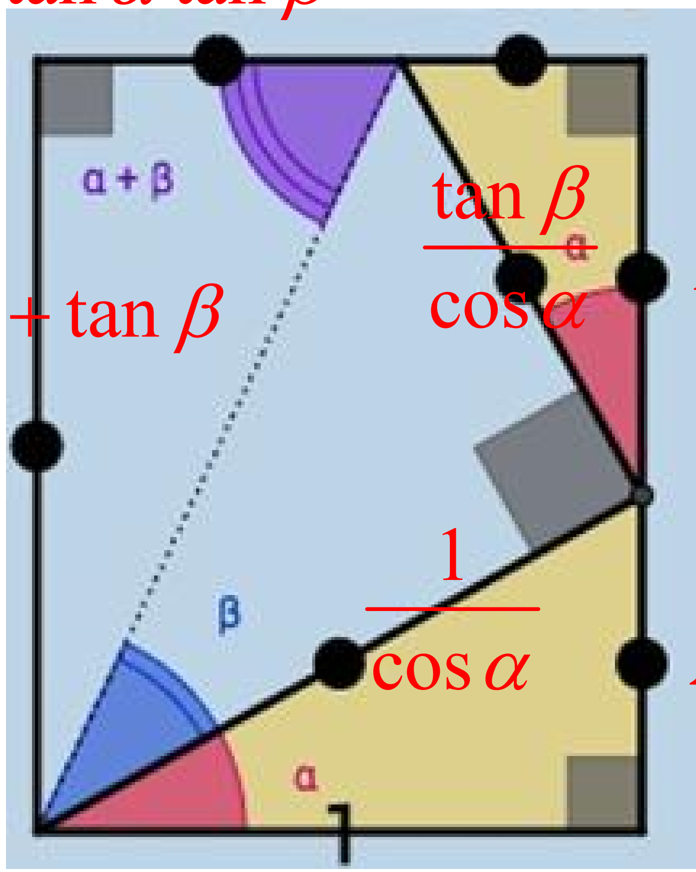
$=\sin 14°+\sin 13°+\cdots-\sin 14°-\sin 15°$

$=-\sin 15°=-\sin\left(45°-30°\right)=\cos 45°\sin 30°-\sin 45°\cos 30°=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

兴趣探索公式的几何意义

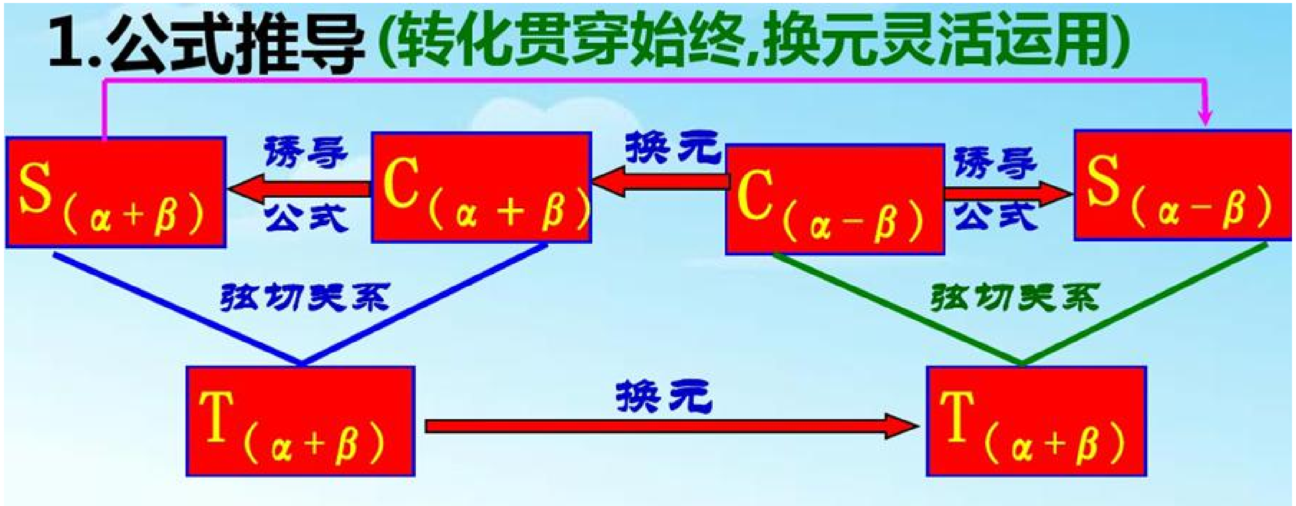


兴趣探索公式的几何意义



$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

知识总结+经验口诀



2.两角和的余弦值，化为单角好求值.
余弦积减正弦积，换角变形众公式.
计算证明角先行，互余角度变名称.
注意结构函数名，逆反原则作指导.
保持基本量不变，繁难向着简易变.
条件等式的证明，方程思想指路明.
公式顺用和逆用，变形运用加巧用.
三角变换真灵活，死去活来得记熟.