高中物理解题中微元法的应用

◇ 山东 李衡斌

高中阶段部分物理习题创设的情境较为特殊，不符合相关物理定理的适用条件，无法直接运用相关规律解答.而选取很小的研究对象，应用微元法进行分析，能使一些问题得以顺利解答.教师为使学生掌握运用微元法解题的思路与技巧，应注重在课堂上为学生讲解微元法的具体应用.

1 解答运动类问题

例 1 一宇宙飞船的迎面截面积为 S，航行速度为 v.飞行的过程中和静止的微流星的云状物发生碰撞(假设碰撞为完全非弹性碰撞).其中每立方米的空间中存在一个微流星.每一个微流星的质量为 M.为使飞船在飞行过程中速度保持不变，则飞船的发动机牵引力应增加( ).

A. MSv B. $2MSv$ C. MSv^2 D. $2MSv^2$

分析 设碰撞时间非常短，取微元 Δt.则该时间内飞船的位移 $s=v\Delta t$，发生碰撞的微流星质量 $\Delta m=MSv\Delta t$.设飞船受到的撞击力为 F，则由动量定理可知 $F\cdot\Delta t=\Delta m\cdot(v-0)$，整理得到 $F=MSv^2$，为确保飞船的速度不发生改变，则发动机应提供与之大小相等的牵引力，因此选项 C 正确.

点评 本题考查的知识点有动量定理、微元法.解题的关键在于合理选取研究对象，构建微流星运动速度 v 和质量的关系，借助动量定理进行求解.

2 解答受力分析类问题

例 2 如图 1 所示，一半径 $R=2a$ 的刚性球被固定在水平面上，一质量为 M、原长为 $2\pi a$ 的圆环状均匀弹性绳圈的弹性系数为 k.将绳圈从球的正上方轻放到球上，确保其处于水平状态.绳圈最终处在某一平衡位置，若此时绳圈的长度为 $2\sqrt{2}\pi a$，考虑重力，不考虑摩擦力，则绳圈的弹性系数 k 为( ).

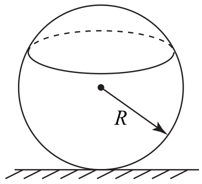

图 1

A. $\dfrac{Mg}{2\pi^2 a(\sqrt{2}-1)}$ B. $\dfrac{Mg}{4\pi^2 a(\sqrt{2}-1)}$

C. $\dfrac{Mg}{6\pi^2 a(\sqrt{2}-1)}$ D. $\dfrac{Mg}{8\pi^2(b-a)}$

分析 截取均匀绳圈上长度非常小的微元，设对应的圆心角为 $\Delta\theta$，则对应的质量 $\Delta m=\dfrac{\Delta\theta}{2\pi}\cdot M$.对应的重力 $\Delta mg=\dfrac{\Delta\theta}{2\pi}\cdot Mg$.设左右两边绳圈对其的拉力均为 F_T，则其合力指向圆心，由力的合成法则可知，合力 $F=2F_T\sin\dfrac{\Delta\theta}{2}$，又因为 $\Delta\theta$ 非常小，因此 $\sin\dfrac{\Delta\theta}{2}\approx\dfrac{\Delta\theta}{2}$，则 $F=F_T\Delta\theta$.又因为静止时绳圈长度为 $2\sqrt{2}\pi a$，则其半径为 $\sqrt{2}a$，则由勾股定理可知 $\Delta mg=F_T\Delta\theta$，所以 $F_T\Delta\theta=\dfrac{\Delta\theta}{2\pi}\cdot Mg$，则 $F_T=\dfrac{Mg}{2\pi}=k(2\sqrt{2}\pi a-2\pi a)$，所以 $k=\dfrac{Mg}{4\pi^2 a(\sqrt{2}-1)}$，选项 B 正确.

点评 本题难度较大，考查的知识点有受力分析、力的分解、物体的平衡等.解题的关键在于能够根据题目创设的情境，从不同角度研究问题，通过微元法的应用建立相关的平衡方程.

3 解答静电场类问题

例 3 如图 2 所示，水平桌面上放置一半径为 R 的圆形线圈，圆心在 O 点.线圈上均匀分布着电荷量为 Q 的正电荷.在线圈圆心 O 点正上方 B 点处有一带电小球刚好处于静止状态.已知 OB 的距离为 h，小球的电荷量为 q，求小球的质量.

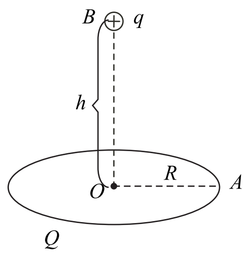

图 2

分析 取圆形线圈上非常小的部分为微元，则其所带的电荷量 $q'=\dfrac{Q}{2\pi R}$.其在 B 点处产生的场强 $E=\dfrac{kq'}{r^2}$，由勾股定理可知 $r^2=h^2+R^2$，则其产生的电场力 $F=qE$.设力 F 与竖直方向的夹角为 θ，对 F 进行分解可知，其在竖直方向上的分力 $F'=F\cos\theta$，$\cos\theta=\dfrac{h}{\sqrt{h^2+R^2}}$.由对称性可知线圈在 B 点处电场力在水平方向上的分量相互抵消，因此 $F'=\dfrac{kQqh}{2\pi R(h^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$，整个线圈产生的向上的力 $F_{总}=2\pi R\cdot\dfrac{kQqh}{2\pi R(h^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}=\dfrac{kQqh}{(h^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$.又因为

$F_{总}=mg$，所以 $m=\dfrac{kQqh}{g(h^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$.

点评 本题难度中等，考查的知识点有库仑定律、受力分析、场强的计算等.解题的关键在于能够借助微元找到 B 点电荷处的场强情况.

4 解答电磁感应类问题

例4 如图3所示，六段均相互平行的导轨水平放置，导轨对应的长度、宽导轨与窄导轨间距已标注在图中.导轨的最左端连接一阻值为 R 的电阻，整个装置处在磁感应强度为 B，方向竖直向下的匀强磁场中.一质量为 m 的导体棒能够在各段导轨上无摩擦滑动.忽略导轨和导体棒的电阻，使导体棒从 ab 位置以初速度 v_0 垂直于导轨向右运动.求导体棒运动至 cd 时的速度大小.

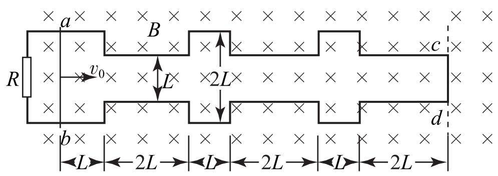

图3

分析 导体棒运动过程中速度不断变小，产生的安培力也不断变化.分析导体棒通过宽导轨过程，取非常短的一段时间为 Δt，则由运动学规律可知速度减少量 $\Delta v=\dfrac{F}{m}\cdot\Delta t$，则在整个宽导轨上运动速度的减少量为 $\Delta v_1=\sum\dfrac{2BL}{m}\cdot I\Delta t=\dfrac{2BL}{m}\cdot It$，又因为 $q=It$，而 $q=\dfrac{\Delta\Phi}{R}=\dfrac{2BL^2}{R}$，所以 $\Delta v_1=\dfrac{4B^2L^3}{mR}$.同理在窄导轨上运动时，$\Delta v_2=\dfrac{2B^2L^3}{mR}$.则从整个过程来看，当导体棒运动至 cd 位置时的速度

$$v=v_0-3\Delta v_1-3\Delta v_2=v_0-\frac{18B^2L^3}{mR}.$$

点评 本题目难度较大，考查的知识点有运动学规律、电磁感应定律、安培力的计算等.解题的关键在于从细小处入手，借助微元构建局部与整体之间的关系.

运用微元法解答高中物理问题，技巧性较强，对学生的综合能力要求较高.为使学生牢固掌握，并在解题中灵活应用微元法，教学中应做好相关理论的讲解，深化学生的理解，使其更好地把握微元法的本质，不断提高微元法应用水平.

（作者单位：山东省东营市第一中学）

对一道电磁振荡习题的思考

◇ 山东 李长远

例1 收音机调谐电路中有一 LC 回路，当 LC 回路的固有频率等于某一电磁波的频率时，收音机就能够接收到该电磁波.某收音机接收到的电磁波频率在 f_0 和 $3f_0$ 之间，且调谐回路中可变电容器的电容可调范围在 C_0 和 $40C_0$ 之间.求此回路中自感线圈的自感系数 L 的调节范围.

首先我们看这道习题的典型错误解法.

错误解法 由电磁振荡的频率公式 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$，得到 $L=\dfrac{1}{4\pi^2f^2C}$.

(1)当 f 和 C 取最大值时，L 取最小值，代入 $f_{最大}=3f_0$，$C_{最大}=40C_0$，得到 $L_{最小}=\dfrac{1}{1\ 440\pi^2f_0^2C_0}$.

(2)当 f 和 C 取最小值时，L 取最大值，代入 $f_{最小}=f_0$，$C_{最小}=C_0$，得到 $L_{最大}=\dfrac{1}{4\pi^2f_0^2C_0}$.

这个解法错在什么地方呢？我们先看关于这道题的正确解法.

正确解法 电磁振荡的频率公式 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

(1)当 L 和 C 取最小值时，f 取最大值，即 $f_{最大}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_{最小}C_{最小}}}$，所以得 $L_{最小}=\dfrac{1}{4\pi^2f_{最大}^2C_{最小}}$.代入 $f_{最大}=3f_0$，$C_{最小}=C_0$，得到 $L_{最小}=\dfrac{1}{36\pi^2f_0^2C_0}$.

(2)当 L 和 C 取最大值时，f 取最小值，即 $f_{最小}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_{最大}C_{最大}}}$，所以得 $L_{最大}=\dfrac{1}{4\pi^2f_{最小}^2C_{最大}}$.代入 $f_{最小}=f_0$，$C_{最大}=40C_0$，得到 $L_{最大}=\dfrac{1}{160\pi^2f_0^2C_0}$.

分析正确解法，我们不难发现错误解法的错误之处：在电磁振荡的频率公式 $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 中，L 变化、C 变化，才会引起 f 的变化，显然线圈的自感系数 L 和电容器的电容 C 发生变化是引起 f 变化的原因，即 L、C 是自变量，振荡电路的频率 f 是 L、C 变化的结果.在错误解法中，把振荡电路的频率 f 和电容器的